

고차 스펙트럼법을 이용하여 바닥조파기의 주기와 조파 능력 분석 Analysis of an Ability for Periodic Wave Generation of Bottom Wavemaker using a High-order Spectral Method

정재상* · 전준철**
Jae-Sang Jung* and Jun-cheol Jeon**

요 지 : 본 연구에서는 바닥의 움직임에 따른 파랑 생성을 모의할 수 있는 강비선형 모델인 고차 스펙트럼법(HOS) 모델을 이용하여 바닥조파기에 의해 생성된 주기파의 특성에 대해 분석하였다. 삼각형 바닥조파기의 경우 무차원 조파판의 길이(b/λ)가 0.7일 때, 사각형 바닥조파기의 경우 $b/\lambda = 0.5$ 및 $b/\lambda = 1.5$ 일 때 조파된 파랑의 무차원 파고(H/S)는 최대값을 갖는 것으로 계산되었다. 바닥조파기의 조파 능력 검토 결과, 조파기의 무차원 stroke 길이(S/h_0)가 0.1 이하인 경우에는 $0.055 < h_0/\lambda < 0.2$, 무차원 stroke 길이가 0.1 이상인 경우에는 $0.091 < h_0/\lambda < 0.2$ 인 범위에서 무차원 파고가 0.5 이상이고, sine 파 형상을 갖는 파랑을 조파할 수 있는 것으로 나타났다. 반면 상대수심(h_0/λ)이 0.05 이하인 경우에는 강한 비선형성 때문에 2차 이상의 고차 조파성분이 함께 생성되어 sine 파 형상을 잘 재현할 수 없었다.

핵심용어 : 주기파, 고차 스펙트럼법, 바닥조파기, 비선형성

Abstract : In this study, the characteristics of periodic waves generated by a bottom wavemaker were investigated using a high-order spectral (HOS) method, a fully nonlinear model capable of simulating wave generation by a moving bottom. The numerical results indicate that the non-dimensional wave height (H/S) of the generated waves reaches its maximum when the non-dimensional length of the wavemaker (b/λ) is 0.7 for a triangular bottom wavemaker, and 0.5 and 1.5 for a rectangular bottom wavemaker. An examination of the wavemaker's capability revealed that it can successfully generate waves with a non-dimensional wave height of 0.5 or greater and a well-defined sinusoidal shape within the relative water depth range of $0.055 < h_0/\lambda < 0.2$ when the nondimensional stroke length (S/h_0) is 0.1 or less, and within the range of $0.091 < h_0/\lambda < 0.2$ when S/h_0 is 0.1 or greater. Conversely, when the relative water depth (h_0/λ) is 0.05 or less, higher-order harmonic components are concurrently generated due to strong nonlinearity, making it difficult to accurately reproduce the sinusoidal wave shape.

Keywords : periodic waves, high-order spectral (HOS) method, bottom wavemaker, nonlinearity

1. 서 론

최근 바닥을 움직여서 주기성을 갖는 파랑을 조파하는 새로운 형식의 조파기(바닥조파기)에 대한 연구가 여러 연구자들에 의해 수행되고 있다. 바닥조파기는 구조물에서 반사된 파랑이 조파판에서 재반사 되는 현상을 막을 수 있고(Mahjouri et al., 2024; Jung and Lee, 2025), 일반적인 피스톤식 또는 힌지식 조파기에 비해 장주기파의 재현에 유리한 것으로 알려져 있다(Jung et al., 2023). 본 연구에서는 이와 같은 장점을 갖는 바닥조파기의 조파 능력에 대해 면밀하게 분석하였다.

바닥조파기를 이용한 주기파의 조파 가능성에 대해 Jung et

al.(2018)이 선형의 해석해와 환경사방정식 모델을 이용하여 처음 연구하였다. 이후 Mahjouri et al.(2021)이 고유함수전개법을 이용하여 삼각형 및 사각형 형상의 바닥조파기에 의해 생성되는 규칙파에 대해 연구하였다. Jung et al.(2023)은 해석해 및 환경사방정식 모델을 이용하여 삼각형 및 사각형 형상의 바닥조파기의 조파 능력에 대해 분석하였으며, 불규칙파의 재현에도 성공하였다. 하지만 언급된 연구들에서는 선형의 수치해석 모델이나 선형의 해석해가 주로 사용되었다. Jung et al.(2025)은 강비선형 모델인 고차 스펙트럼법(High-order spectral method, HOS) 모델을 이용하여 바닥조파기에 의해 생성되는 주기파에 대해 연구하였다. 그들은 바닥조파기를 이용하여 3차원 조파수조에서 비스듬히 전파하는 주기

*한국농어촌공사 어촌수산처 차장(Deputy Director, Fishing Village Project Department, Korea Rural Community Corporation)
**해양수산부 북극항로정책과장(Corresponding author: Jun-cheol Jeon, Director, Arctic Sea Route Policy Division, Ministry of Oceans and Fisheries, 14 Jungang-dearo 361 beon-gil, Dong-gu, Busan 48789, Republic of Korea, Tel: +82-51-773-6320, indrimd@gmail.com)

파의 조파 방법도 제시하였다. 또한, 자유수면경계조건의 비선형항들을 고려할 경우 2차 이상의 고차 조파성분이 생성됨을 보였다. Jung et al.(2025)의 연구결과처럼 바닥조파기에 의해 생성되는 파랑 해석을 위해서는 비선형성을 고려해야 한다. 하지만, 현재까지 파랑의 비선형성을 고려한 바닥조파기의 조파 능력에 대해서는 면밀한 연구가 수행되지 않았다.

본 연구에서는 바닥조파기의 조파 능력 평가를 위해 Hao et al.(2022)과 Jung et al.(2025)이 움직이는 바닥 경계조건(moving bottom boundary condition)을 적용하여 제시한 고차 스펙트럼법을 사용하였다. 비선형성을 고려한 파랑의 전파 변형 해석을 위한 고차 스펙트럼법 모델은 유한한 수심에 대해 Dommermuth and Yue(1987)가 최초로 제안하였으며, 무한한 수심에 대해서는 West et al.(1987)이 최초로 제안하였다. Liu and Yue(1998)는 Dommermuth and Yue(1987)의 모델을 확장하여, 수심의 변화를 고려할 수 있는 고차 스펙트럼법 모델을 제시하였다. Guyenne and Nicholls(2007)는 Craig and Sulem(1993) 및 Craig et al.(2005)이 제시한 Dirichlet-Neumann 연산자(Dirichlet-Neumann Operator, DNO)를 이용한 고차 스펙트럼법 모델을 확장하여 수심의 변화를 고려하고 바닥의 움직임에 따른 파랑 생성을 모의할 수 있는 고차 스펙트럼법 모델을 제시하였으며, 지진해일의 생성 및 전파특성에 대해 검토하였다. Hao et al.(2022)과 Jung et al.(2025)은 Liu and Yue(1998)의 모델을 확장하여 바닥의 움직임에 따른 파랑 생성을 모의할 수 있는 고차 스펙트럼법 모델을 제시하였다. 다만, 이들의 모델은 바닥의 시간 및 공간적 변화와 자유수면변위의 변화에서 각각 동일한 최대 섭동 차수까지만 고려할 수 있는 반면, Guyenne and Nicholls(2007)의 모델은 지형 변화 및 자유수면변위의 변화에 대해 각각 서로 다른 최대 섭동 차수를 고려할 수 있다. 하지만, Guyenne and Nicholls(2007)의 모델은 좌표변환을 통한 계산 영역 평탄화(domain flattening)를 수행하고 DNO를 섭동법을 통해 확장하여 해석하기 때문에, 계산과정이 복잡한 단점이 있다.

본 연구에서는 고차 스펙트럼법 모델을 이용하여 바닥조파기가 조파할 수 있는 상대수심의 범위에 대해 검토하였다. Jung et al.(2023)이 선형모델을 이용하여 검토한 사례가 있지만, 조파기의 stroke 길이가 커지고 생성되는 파랑의 파고가 커지면 파랑의 비선형성도 강해진다. 따라서, 바닥조파기의 조파 능력을 분석하기 위해서는 반드시 파랑의 비선형성을 고려해야 한다. 본 논문의 2장에서는 고차 스펙트럼법 모델을 설명하고, 3장에서는 수치실험 조건, 4장에서는 수치해석 결과에 대해 면밀히 분석하며, 5장에서는 결론을 기술한다.

2. 지형변화와 바닥 움직임을 고려할 수 있는 고차 스펙트럼법

수치해석 모델 구축을 위한 3차원 공간에서의 각 변수는 Fig. 1과 같다. 그림에서 η 는 자유수면변위, ζ 는 바닥의 변위,

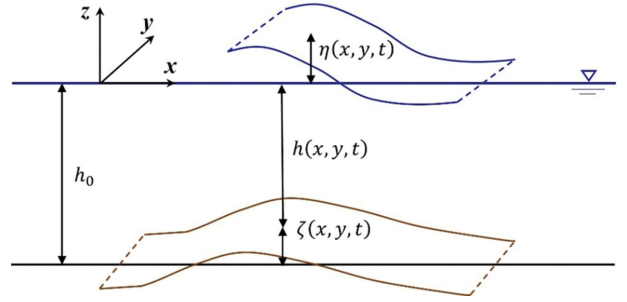


Fig. 1. Definition of coordinate system and variables.

h_0 는 일정한 기준수심을 뜻하며, h 는 정수면을 기준으로 한 특정 지점의 수심을 나타낸다.

유체는 비압축성, 비점성 및 비회전류로 가정하며, 연속방정식은 다음과 같은 라플라스 방정식 형태로 표현된다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

여기서, ϕ 는 속도포텐셜을 나타내며, $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ 이다.

자유수면에서의 속도포텐셜을 $\phi_s(x, y, t) = \phi(x, \eta(x, y, t), t)$ 라고 표현하면, 운동학적 및 동역학적 자유수면 경계조건은 다음 식과 같다(Zakharov, 1968; Dommermuth and Yue, 1987; West et al., 1987).

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla_x \phi_s \cdot \nabla_x \eta + \frac{\partial \phi_s}{\partial z} \{1 + |\nabla_x \eta|^2\} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial t} = -g\eta - \frac{1}{2} |\nabla_x \phi_s|^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_s}{\partial z} \right)^2 \{1 + |\nabla_x \eta|^2\} \quad (3)$$

여기서, $\nabla_x = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$ 이며, t 는 시간을 의미한다. 움직이는

바닥 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \nabla_x \phi \cdot \nabla_x \zeta \quad \text{on } z = -h = -h_0 + \zeta(x, y, t) \quad (4)$$

식(1)은 식(4)를 이용하여 Fourier 공간에서 해석할 수 있다. Fourier 공간에서 해석한 속도포텐셜은 다음과 같다.

$$\bar{\phi}(k_1, k_2, z, t) = \frac{A(e^{m(z+h_0)} + e^{-m(z+h_0)})}{2 \cosh mh_0} + \frac{\bar{\beta}(e^{mz} - e^{-mz})}{2m \cosh mh_0} \quad (5)$$

여기서,

$$m = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}, \quad \bar{\beta}(k_1, k_2, t) = \frac{\partial \bar{\phi}(k_1, k_2, -h_0, t)}{\partial z} \quad (6)$$

$$\bar{\phi}(k_1, k_2, 0, t) = A(k_1, k_2, t) \quad (7)$$

식(6)에서 k_1 과 k_2 는 x - 및 y -방향의 파수(wavenumber)를 각각 나타낸다. 그리고, $\bar{f}$ 는 함수 f 의 Fourier 변환을 의미한다.

자유수면에서의 속도포텐셜은 섭동법 및 Talyor 급수전개를 통해 다음과 같이 쓸 수 있다(Dommermuth and Yue, 1987).

$$\phi_s(x, y, t) = \sum_{l=1}^M \sum_{n=0}^{M-l} \frac{\eta^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial z^n} \phi^{(l)}(x, y, 0, t) \quad (8)$$

여기서,

$$\phi^{(1)}(x, y, 0, t) = \phi_s(x, y, t) \quad (9)$$

$$\phi^{(l)}(x, y, 0, t) = -\sum_{n=1}^{l-1} \frac{\eta^n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial z^n} \phi^{(l-n)}(x, y, 0, t) \quad (10)$$

바닥에서의 연직방향 유속은 식(4)를 이용하여 섭동법 및 Taylor 급수전개를 통해 다음과 같이 나타낼 수 있다(Jung et al., 2025).

$$\beta(x, y, t) = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^{M-l} \frac{\zeta^{j-1}}{(j-1)!} \frac{\partial^{j-1}}{\partial z^{j-1}} (\nabla_x \zeta \cdot \nabla_x \phi^{(l)}(x, y, -h_0, t)) + \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^{M-l} \frac{\zeta^j}{j!} \frac{\partial^j}{\partial z^j} (\nabla_x^2 \phi^{(l)}(x, y, -h_0, t)) \quad (11)$$

여기서,

$$\beta^{(1)} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \quad (12)$$

$$\beta^{(l)} = \sum_{j=1}^{l-1} \frac{\zeta^{j-1}}{(j-1)!} \frac{\partial^{j-1}}{\partial z^{j-1}} (\nabla_x \zeta \cdot \nabla_x \phi^{(l-j)}(x, y, -h_0, t)) + \sum_{j=1}^{l-1} \frac{\zeta^j}{j!} \frac{\partial^j}{\partial z^j} (\nabla_x^2 \phi^{(l-j)}(x, y, -h_0, t)) \quad (13)$$

식(8) 및 식(11)에서 M 은 최대 섭동 차수를 뜻한다. Jung and Lee(2024)는 HOS 모델을 이용하여 지진해일 재현 해석을 통해 최대 섭동 차수가 3 이상이면 거의 수렴함을 보였다. 따라서, 본 연구에서는 충분한 정확도를 확보할 수 있도록 $M = 5$ 를 적용하였다.

식(2)~(4)의 공간미분항들은 유사 스펙트럼법(Pseudo-spectral method)를 이용하여 Fourier 공간에서 정의한 후 Fourier 역변환하여 계산한다. 위 과정을 통해 $A^{(l)}$ 와 $\beta^{(l)}$ 를 구할 수 있으며, 식(5)를 이용하여 Fourier 공간에서 속도포텐셜을 계산할 수 있다. 그리고, 다음 식을 이용하여 자유수면에서 속도포텐셜의 연직방향 도함수를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \phi_s(x, y, t)}{\partial z} = \sum_{l=1}^M \sum_{n=0}^{M-l} \frac{\eta^n}{n!} \frac{\partial^{n+1}}{\partial z^{n+1}} \phi^{(l)}(x, y, 0, t) \quad (14)$$

운동학적 및 동역학적 자유수면 경계조건인 식(2)와 식(3)의 시간적분은 4차 Runge-Kutta법을 이용하여 해석할 수 있는데, 본 연구에서는 Jung and Lee(2024)의 해석방법을 채택하였다. 고차 스펙트럼법 모델의 경우 Fourier 변환 과정에서 위신호(aliasing error)가 발생할 수 있다. 따라서, 본 모델에서는 ideal low pass filter를 적용하여 위신호를 제거하였다. 수치모형의 측

면 경계는 Guyenne and Nicholls(2007)가 제시한 방법과 동일한 파랑 감쇠영역을 설치하여 경계에서의 파랑 반사를 최소화하였다. 고속 Fourier 변환 및 역변환은 복소수를 대상으로 Cooley et al.(1969)이 제안한 알고리즘을 적용하였다.

본 연구에서 적용한 바닥 움직임에 따른 파랑 생성을 모의할 수 있는 HOS 모델은 여러 기존 연구들에서 수리모형실험 결과 등과 비교하여 검증되었다. Jung and Lee(2024)는 Reeve et al.(2024)이 수행한 지진해일 수리모형실험 결과와 비교하여 비선형을 고려한 HOS 모델이 선형 스펙트럼법 모형보다 실험 결과를 정확하게 재현함을 보였다. Shi et al.(2025)은 HOS 모델과 Hammack(1973)의 실험결과 및 Fuhrman and Madsen(2009)의 Boussinesq 방정식 모델과 비교 검증하였다. 그들의 HOS 모델은 Boussinesq 방정식 모델과 거의 동일한 계산 결과를 보였으며, Hammack(1973)의 실험결과와 파랑의 분산성 등 측면에서 정성적으로는 유사한 결과를 보였다. Hammack(1973)의 실험은 수심이 5 cm인 조건에서 수행되어 유체의 표면장력 및 바닥 마찰의 영향을 무시할 수 없으므로, 이를 고려하지 않은 HOS 모델과 Boussinesq 방정식 모델의 계산 결과는 정량적으로 일부 차이를 보였다. 본 연구에서는 과거 연구에서 검증한 HOS 모델을 사용하기 때문에 추가 검증은 수행하지 않았다.

3. 수치실험 조건

바닥조파기의 조파 능력을 검토하기 위해 2차원 조파수조를 수치모델로 재현하였다. 수치실험을 위한 조파기 형상 및 조파수조의 제원은 Fig. 2와 같다. 조파수조의 중앙에 바닥조파기를 배치하였으며, 양 측면에 5 파장(5 λ) 길이의 감쇠영역을 설치하였다. 조파수조의 총 길이는 40.95 파장(40.95 λ)이다. 그림에서 Δh_0 는 조파기의 움직이는 진폭을 뜻하며, b 는 조파기의 길이를 나타낸다. 그리고, 조파기의 stroke 길이는 $S = 2\Delta h_0$ 이다. 수치해석을 위한 시간 및 공간격자는 $\Delta t = T/100$, $\Delta x = \lambda/100$ 을 각각 적용하였다. 여기서, T 는 조파기의 주기를 뜻한다. 적정한 Δt 의 크기를 검토하기 위해 Δt 에 따른 무차원 자유수면변위에 대해 분석하였으며, 이는 Fig. 3과 같다. 검토 결과 $\Delta t = T/50$ 이하에서 수렴하는 결과를 보였다. 본 연구에서는 충분히 안정적인 정확도를 확보하기 위해 $\Delta t = T/100$ 을 적용하였다. 공간 격자수는 고속 Fourier 변환을 위해 2ⁿ개로 구성되어야 한다. 본 연구에서는 4,096개의 공간 격자를 구성하였다. HOS 모델에서 고속 Fourier 변환 및 역변환을 수행하기 때문에 공간 격자의 크기 결정은 파수 격자 크기의 결정에도 영향을 미친다. 공간 격자 및 파수 격자 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\Delta k = \frac{2\pi}{N\Delta x} \quad (15)$$

여기서, Δk 는 Fourier 공간에서의 파수 격자를 뜻하며, N 은

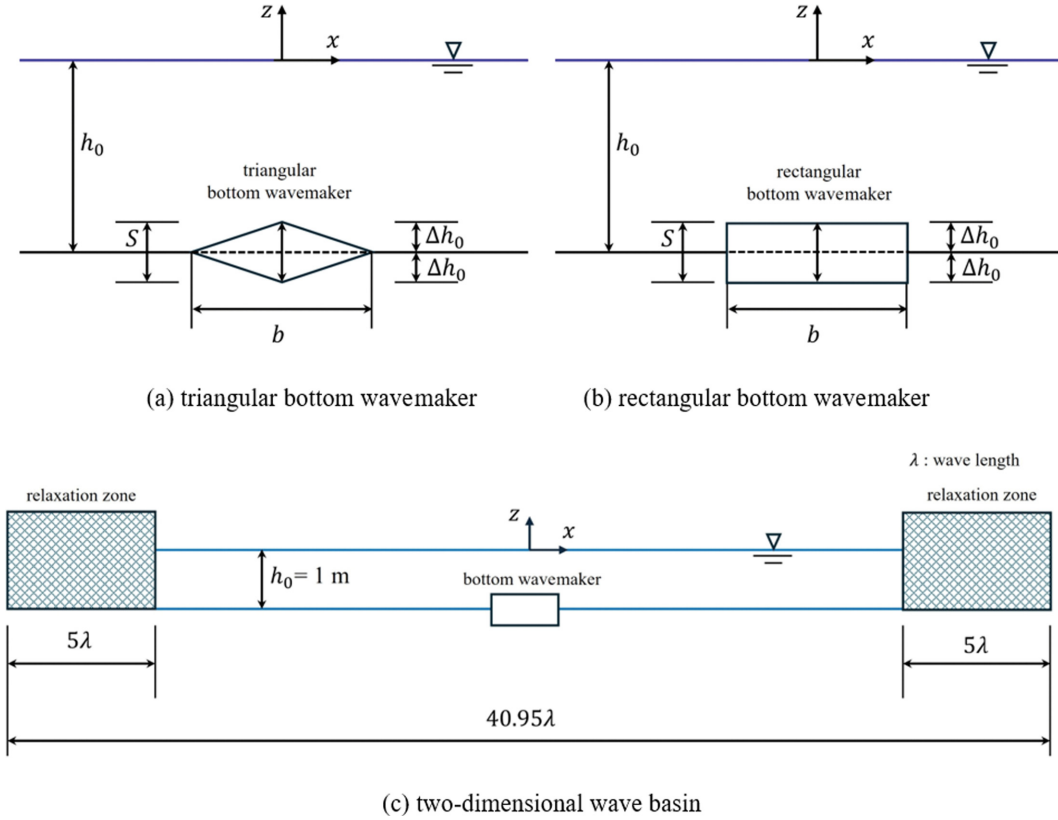


Fig. 2. Numerical analysis configurations of bottom wavemakers and two-dimensional wave basin.

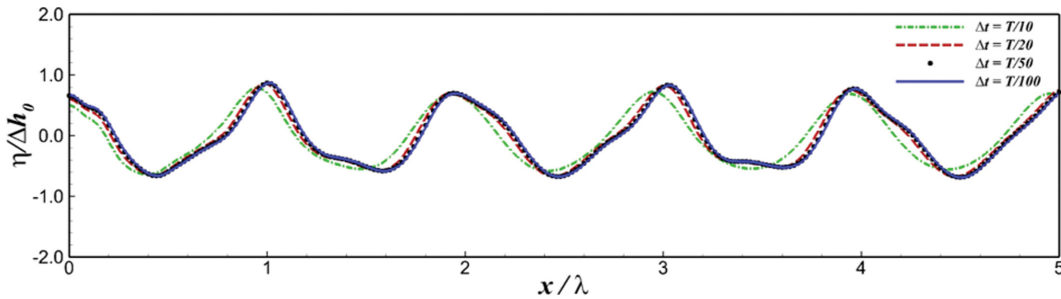


Fig. 3. Nondimensional free surface displacement of waves generated by rectangular bottom wavemaker with respect to computational time step ($t = 10T$, $b = L_0/4$, $S/h_0 = 0.2$, $\lambda = 10$ m).

총 공간 격자수를 뜻한다. Δx 는 목표 파장의 파장을 충분히 재현할 수 있는 크기로 설정해야 하지만 Δx 가 너무 작으면 Δk 가 커져서 Fourier 공간에서 해상도가 떨어지므로 Δx 크기 설정에는 신중을 기해야 한다. 본 연구에서는 5차 조화성분의 파장까지 표현할 수 있도록 $\Delta x = \lambda/100$ 로 설정하였으며, 충분한 파수 해상도를 위해서 $N = 4,096$ 을 적용하였다. 따라서, 본 연구에서 $\Delta k \approx 0.1534/\lambda$ 가 적용되었다. 수심(h_0)은 전체 수조 영역에서 1.0 m로 일정하게 설정하였다. 사각형 및 삼각형 바닥조파기는 시간에 대해 sine 파 형상으로 주기적으로 움직이는 것으로 설정하였다.

4. 바닥조파기의 조파 능력 검토

바닥조파기는 바닥을 움직여서 유속을 발생시켜 파랑을 조

파한다. 바닥 근처에서 유속이 발생하므로 자유수면부터 바닥까지 유속이 비슷한 천해파의 조파에 적합하다. 반면 심해 파는 바닥에서의 유속은 0이며, 자유수면 근처에서만 유속이 나타나므로 바닥조파기로는 조파가 어려울 것이다. Jung et al.(2023)은 선형 모델을 이용하여 수심-파장 비(h_0/λ)가 1인 심해조건에서는 바닥조파기로 조파할 경우 생성되는 파랑의 진폭이 거의 0임을 보였다. 본 장에서는 강비선형 모델인 고차 스펙트럼법 모델을 이용하여 수심-파장 비에 따른 바닥조파기의 조파 능력을 실험하였다. 수심-파장 비가 1/40(천해), 1/4(중간수심) 및 1(심해)인 조건에서 수치해석을 수행하였다. Fig. 4 및 Fig. 5는 각각 사각형 및 삼각형 형상 바닥조파기에 대한 결과이다. 무차원 조파판의 길이(b/λ)는 사각형 형상 조파기의 경우 0.5, 삼각형 형상 조파기의 경우 0.7을 각각 적

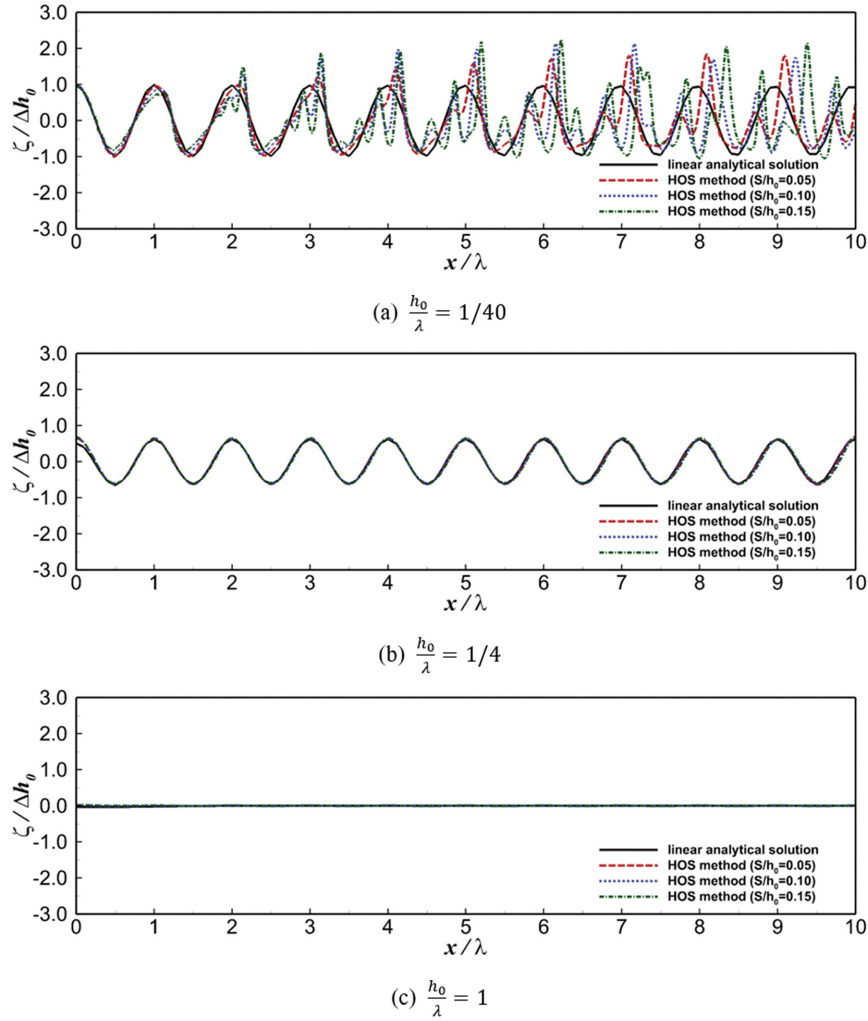


Fig. 4. Non-dimensional free surface displacements of waves generated by rectangular bottom wavemaker ($t = 20T$).

용하였다. 각 그림에서 (a)는 $\frac{h_0}{\lambda} = \frac{1}{40}$, (b)는 $\frac{h_0}{\lambda} = \frac{1}{4}$ 및 (c)는 $\frac{h_0}{\lambda} = 1$ 인 경우이다. 각 그림의 해석해는 Jung et al. (2023)이 제시한 해를 이용한 결과이다. Figs. 4~5의 (a)는 천해파에 해당하며, 조파수조의 수심은 1.0 m이고 목표 파랑의 파장은 40 m인 경우이다. 수심 대비 조파기의 stroke 길이가 길수록 조파기에 의해 생성된 파랑에 고차 조화성분이 함께 생성되어, 파랑이 전파하면서 주기에 따른 파속의 차이 때문에 단주기 성분의 꼬리가 생성되는 분산효과가 뚜렷이 보였다. 따라서, 선형의 해석해에 의한 결과와 비선형 모델의 결과 사이에 큰 차이가 발생하였다. 반면 중간수심 영역에 해당하는 (b)의 경우 사각형 및 삼각형 형상의 바닥조파기에 의해 재현된 파랑은 거의 완벽한 sine 파 형태를 보였다. 선형의 해석해에 의한 결과와 비선형 수치모델에 의한 결과는 거의 동일하였다. 조파기 근처($x = 0$)에서 해석해와 수치해의 차이가 보이는데, 해석해에는 수심변화가 무시되었고 수치해에는 수심변화 효과가 고려되었기 때문이다. 심해에 해당하

는 (c)의 경우, 선형의 해석해와 고차 스펙트럼법 모델의 경우 모두 조파된 파랑의 진폭은 거의 0에 수렴하였다.

시간의 흐름에 따른 자유수면 변위의 변화에 대한 결과는 Figs. 6~7에 나타내었다. 조파기로부터 5 파장만큼 떨어진 지점에서의 10 주기동안 분석한 결과이며, (a)는 $\frac{h_0}{\lambda} = \frac{1}{40}$, (b)

는 $\frac{h_0}{\lambda} = \frac{1}{4}$ 인 경우이다. $\frac{h_0}{\lambda} = \frac{1}{40}$ 인 경우(천해역) 무차원 stroke 길이(S/h_0)가 0.05인 경우에는 생성되는 파랑의 비선형성이 비교적 약하기 때문에 사각형 형상 조파기의 경우 한 주기 내에서 2개의 파봉 및 파곡이 형성되었고, 삼각형 형상 조파기의 경우 한 주기 내에서 1개의 파봉 및 파곡만 형성되어 sine 파와 유사한 형태를 보였다. 반면, 무차원 stroke 길이(S/h_0)가 0.2인 경우에는 강한 비선형성 때문에 고차 조화성분의 파랑이 함께 생성되어 한 주기 내에서 3개 이상의 파봉 및 파곡이 형성되었다. $\frac{h_0}{\lambda} = \frac{1}{4}$ 인 경우(중간수심)에는 거의 완벽하게 sine 파가 재현되었다.

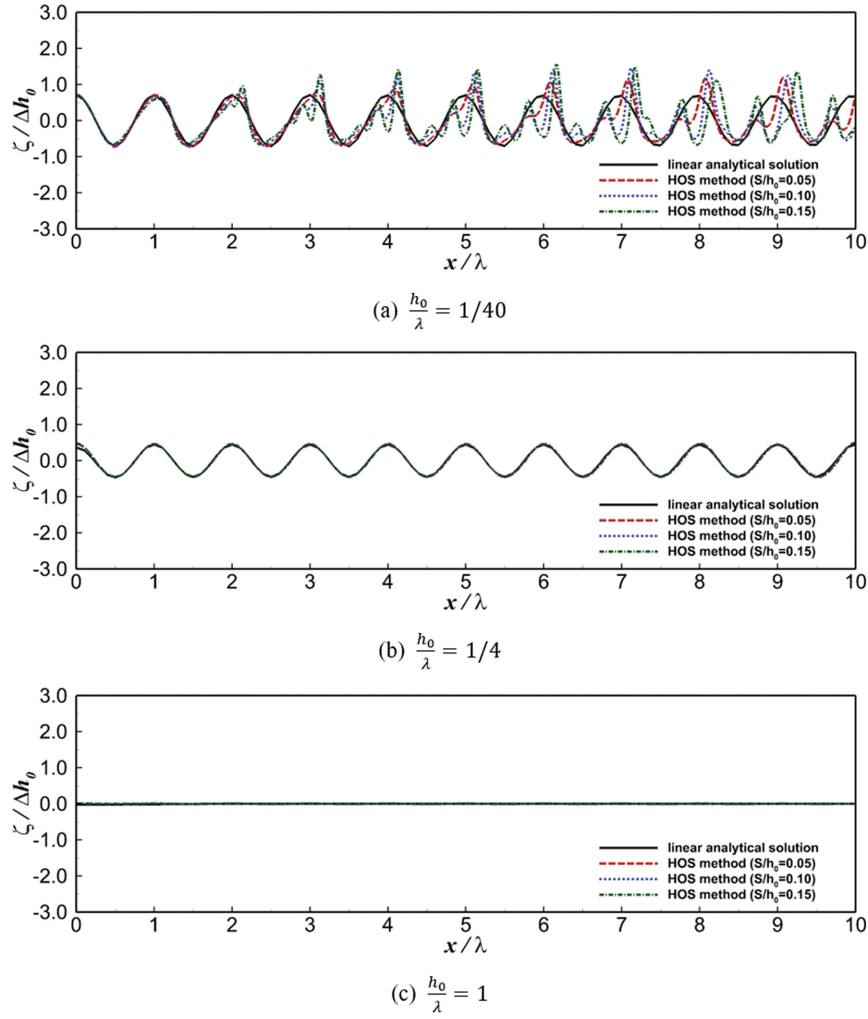


Fig. 5. Non-dimensional free surface displacements of waves generated by triangular bottom wavemaker ($t = 20T$).

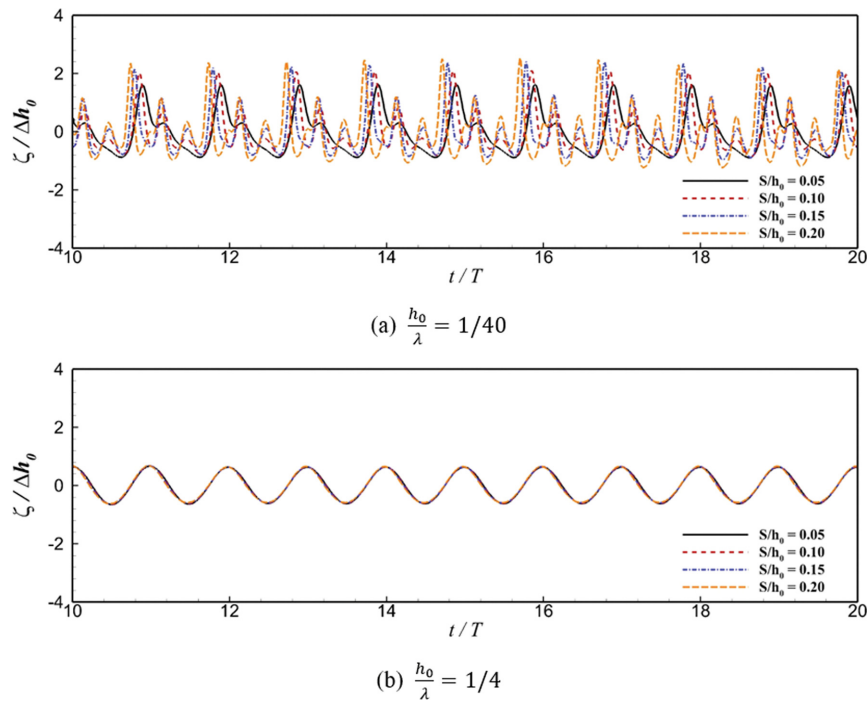


Fig. 6. Time series of non-dimensional free surface elevation for rectangular bottom wavemaker at $x = 5\lambda$.

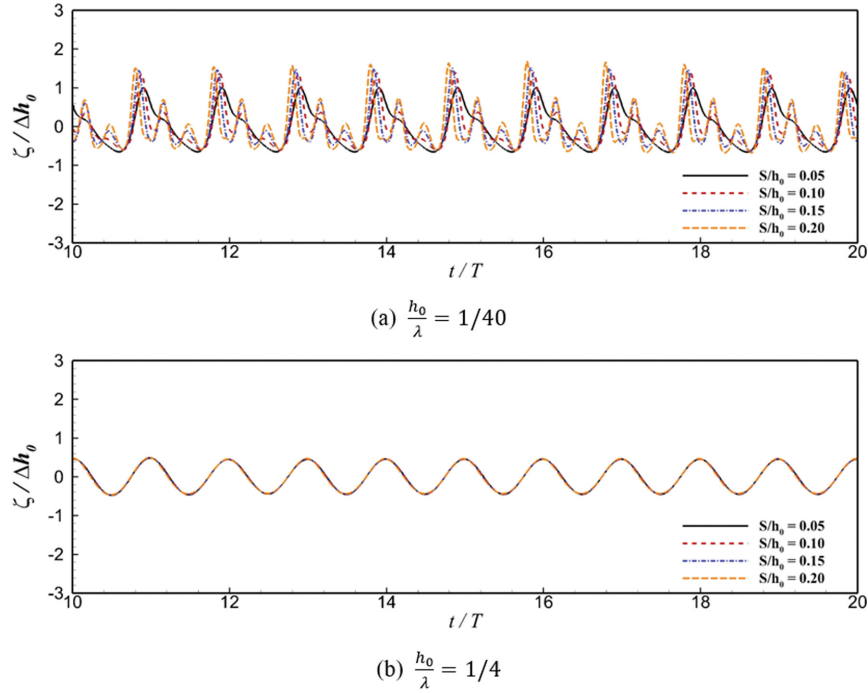


Fig. 7. Time series of non-dimensional free surface elevation for triangular bottom wavemaker at $x = 5\lambda$.

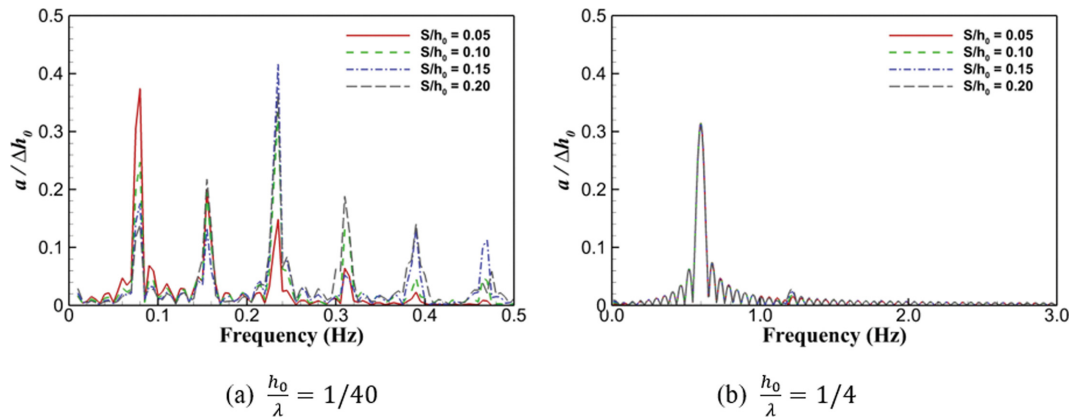


Fig. 8. Non-dimensional amplitude spectrum of waves generated by rectangular bottom wavemaker at $x = 5\lambda$.

Fig. 6 및 Fig. 7의 자유수면 시계열에 대해 스펙트럼 분석하였으며 그 결과는 Figs. 8~9와 같다. $\frac{h_0}{\lambda} = 1/40$ 인 천해 조건에서는 수심 1 m에서 파장이 40 m인 파랑의 주파수에 해당하는 0.078 Hz에서 파랑의 무차원 진폭($a/\Delta h_0$)이 크게 계산되었다. 또한 고차 조화성분에 해당하는 0.156 Hz, 0.234 Hz, 0.312 Hz 및 0.39 Hz에서 무차원 진폭이 크게 나타났다. 조파기의 무차원 stroke 길이(S/h_0)가 0.05인 경우에는 비선형성이 약하기 때문에 1차 성분이 가장 크고 2차 이상의 조화성분은 차수가 높아질수록 감소하였다. 반면, 무차원 stroke 길이가 0.2인 경우에는 2차 이상 조화성분의 무차원 진폭이 1차 성분보다도 크게 나타났다. $\frac{h_0}{\lambda} = 1/4$ 인 중간수심 조건

에서는 수심 1 m에서 파장이 4 m인 파랑의 주파수에 해당하는 0.598 Hz에서 파랑의 무차원 진폭이 가장 크게 계산되었다. 1.196 Hz 근처에서 2차 조화성분도 약하게 나타나지만, 대부분의 파랑 에너지는 1차 성분에 집중되었다. 중간수심 조건에서는 조파기의 무차원 stroke 길이에 관계없이 거의 동일한 무차원 진폭 스펙트럼을 보였다. Fig. 8(b) 및 Fig. 9(b)에서 침두 주파수 이외의 주파수에서도 매우 작은 성분들이 관측된다. 본 연구에서는 비선형성을 고려하는 방정식을 이용하여 해석하였고 중간수심 영역에서도 비선형성이 완전히 사라지는 것은 아니기 때문에 침두 주파수 이외의 주파수에서도 작은 파랑들이 나타나지만, 그 크기나 에너지는 매우 작다.

무차원 조파관 길이(b/λ)에 따른 바닥조파기의 파랑 재현

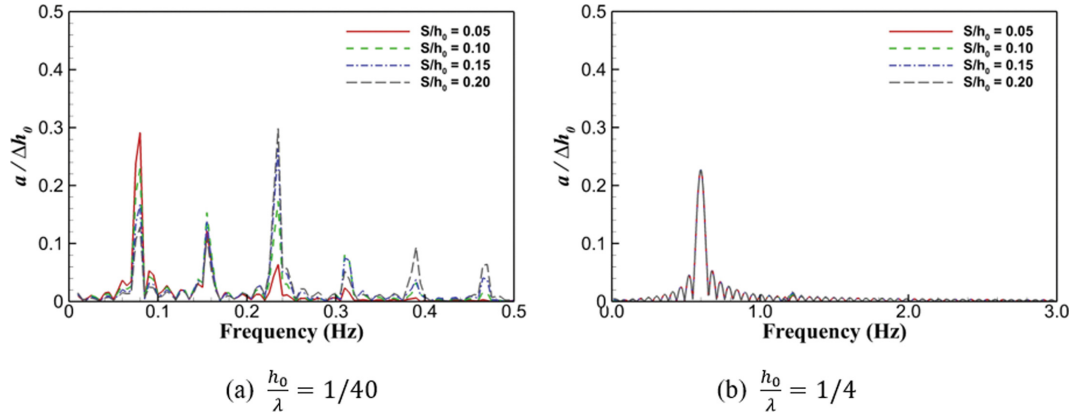


Fig. 9. Non-dimensional amplitude spectrum of waves generated by triangular bottom wavemaker at $x = 5\lambda$.

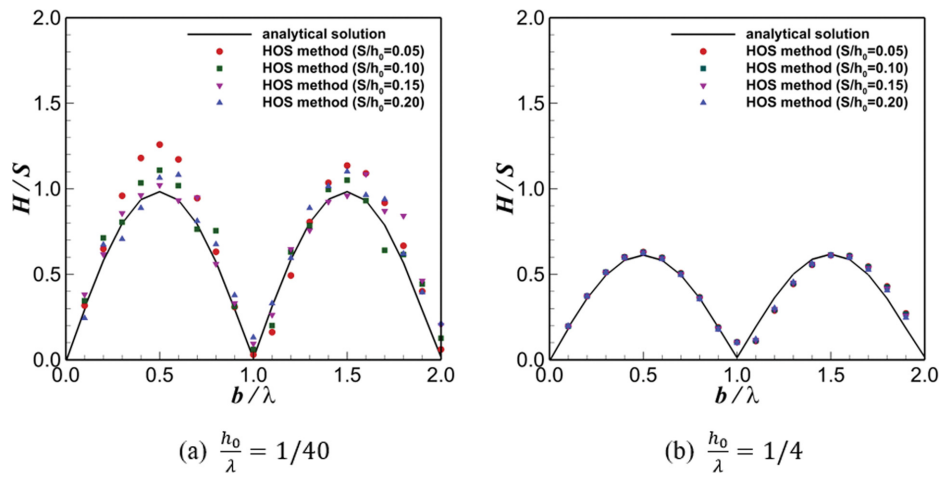


Fig. 10. Non-dimensional mean wave height during 10 wave periods at $x = 5\lambda$ as varying length of the rectangular bottom wavemaker.

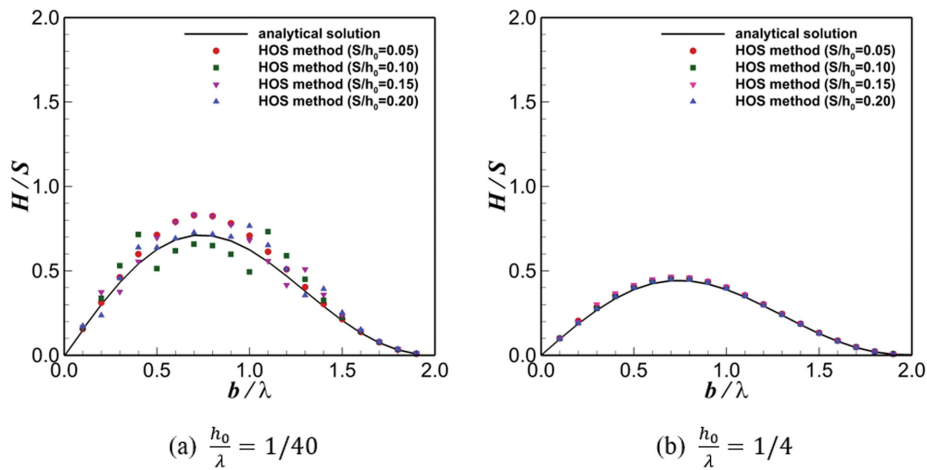


Fig. 11. Non-dimensional mean wave height during 10 wave periods at $x = 5\lambda$ as varying length of the triangular bottom wavemaker.

능력에 대해 검토하였다. 사각형 및 삼각형 형상 바닥조파기의 결과는 Fig. 10 및 Fig. 11에 각각 나타내었다. 해당 그림의 결과는 $x = 5\lambda$ 인 위치에서 10주기 동안 zero-up crossing 방법으로 계산된 파고의 평균값을 나타낸다. 사각형 형상 바닥조파기의 경우 무차원 조파판 길이가 0.5 및 1.5일 때 무차원 파고(H/S)가 최대값을 가지며, 삼각형 형상 바닥조파기

의 경우 무차원 조파판 길이가 0.7일 때 무차원 파고가 최대가 되었다. 반면 사각형 형상 바닥조파기의 경우 무차원 조파판의 길이가 1.0일 때 생성되는 파랑의 무차원 파고는 최소가 되었으며, 삼각형 형상 바닥조파기의 경우 무차원 조파판의 길이가 2.0일 때 파고가 최소가 되었다. 이는 조파기의 형상에 따른 파랑 생성 매커니즘에 따른 것인데, Jung et

al.(2023)이 이에 대해 자세히 설명하였다. 바닥조파기의 규모 및 경제성을 고려하여 무차원 조파판의 길이는 2.0 이하로 가정하였다. $\frac{h_0}{\lambda} = 1/40$ 인 천해 조건에서는 조파기의 무차원 stroke 길이가 0.05인 경우 무차원 파고(H/S)가 가장 큰 것으로 검토되었다. 이는 Fig. 6(a) 및 Fig. 7(a)와 같이 무차원 stroke 길이가 커지면 단주기의 고차 조화성분이 생성되므로 평균파고는 오히려 감소할 수 있음을 의미한다.

$\frac{h_0}{\lambda} = 1/4$ 인 중간수심 조건에서는 선형의 해석해와 고차 스펙트럼법에 의한 결과가 거의 동일하게 나타났다.

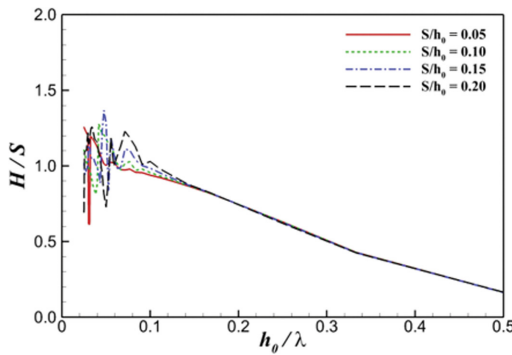
바닥조파기의 조파 능력을 평가하기 위해 상대수심(h_0/λ)의 변화에 따른 무차원 파고(H/S)의 변화를 계산하였다. 또한, sine 파의 형상을 잘 조파하는지 검토하기 위해 상대수심(h_0/λ)의 변화에 따른 10 주기 동안 파의 개수를 분석하였다. Zero-up crossing 법으로 파의 개수를 추산하였기 때문에, 10 주기 동안 파의 개수가 9개이면 sine 파의 형상이 잘 재현된 것으로 볼 수 있다. 하지만 파의 개수가 9개 이상이면 고차 조화성분의 생성에 따른 단주기파의 영향으로 볼 수 있다. 더하여, 파형의 재현 정확도를 정량적으로 파악하기 위해 파랑의 무차원 진폭 스펙트럼 분석을 통해 파랑의 총 에너지에 대한

첨두 주파수(1차 조화성분)의 에너지 비에 대해 검토하였다. 총 에너지에 대한 첨두 주파수의 에너지 비는 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

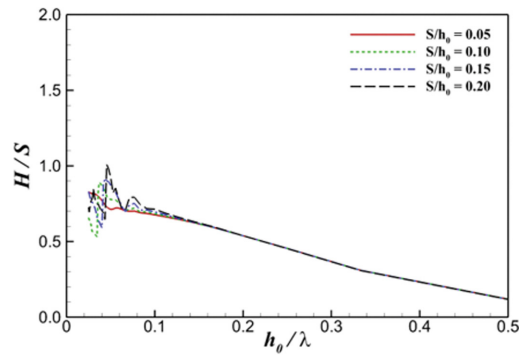
$$\frac{PE}{TE} = \frac{\sum_{0.95f_p}^{1.05f_p} (a_f)^2}{\sum_{f_{\min}}^{f_{\max}} (a_f)^2} \quad (16)$$

여기서, PE 는 첨두 주파수 성분의 에너지이며, TE 는 파랑의 총 에너지이다. f_p 는 첨두 주파수를 뜻하며, $f_{\min}$ 과 $f_{\max}$ 는 스펙트럼 분석을 위한 최소 및 최대 주파수로 본 연구에서는 $f_p/100$ 및 $5f_p$ 를 각각 적용하였다. a_f 는 주파수 f 에 해당하는 성분의 진폭을 뜻한다. 첨두 주파수 성분의 에너지(1차 조화성분)는 첨두 주파수를 기준으로 $\pm 0.05f_p$ 범위 내 성분들의 에너지 합으로 정의하였다.

상대수심(h_0/λ)의 변화에 따른 무차원 파고(H/S)는 Fig. 12에 나타내었으며, 10 주기 동안 파의 개수는 Fig. 13에 도시하였다. Fig. 12에서 상대수심이 0.1 이하인 구간에서 무차원 파고의 급격한 변화가 관찰되는데, 이는 Fig. 13과 같이 급격한 파의 개수 변화가 무차원 파고의 평균값에 영향을 주기 때문이다. 상대수심이 0.16 이상인 경우에는 조파기의 stroke 길이에 관계없이 거의 동일한 무차원 파고를 갖는 파랑이 조파되었다. 삼각형 형상 조파기의 경우 상대수심 0.2 이상에

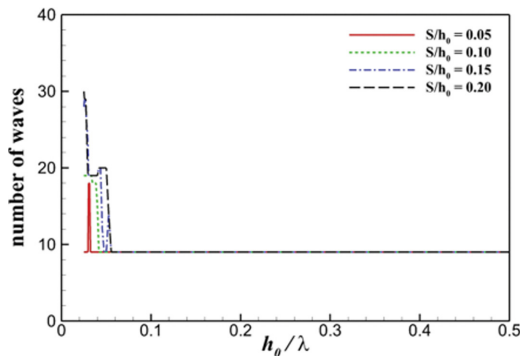


(a) rectangular bottom wavemaker

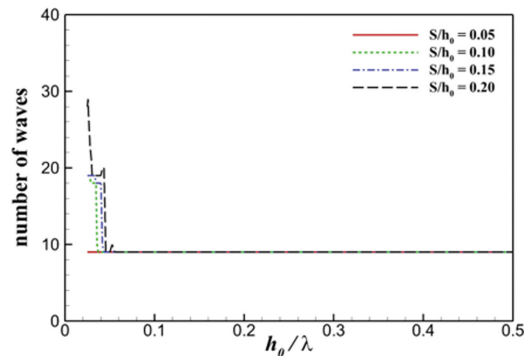


(b) triangular bottom wavemaker

Fig. 12. Non-dimensional mean wave height during 10 wave periods at $x = 5\lambda$ as varying relative water depth (h_0/λ).



(a) rectangular bottom wavemaker



(b) triangular bottom wavemaker

Fig. 13. Number of waves during 10 wave periods at $x = 5\lambda$ as varying relative depth (h_0/λ).

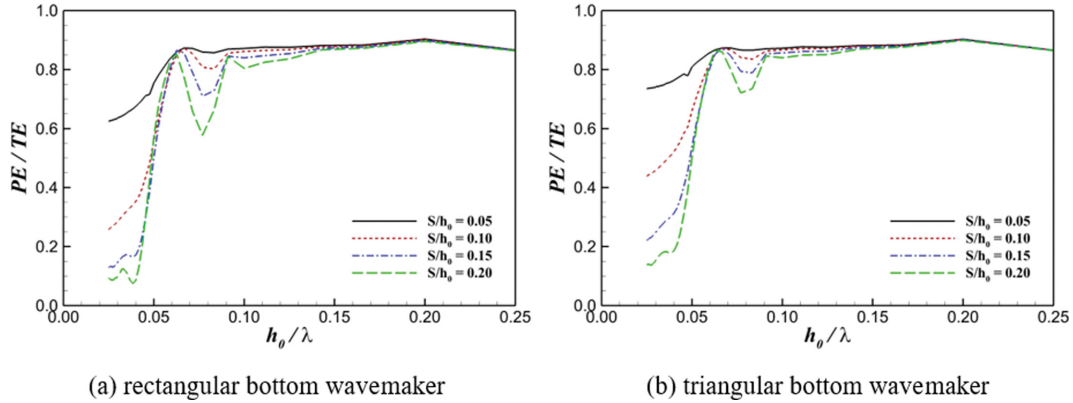


Fig. 14. Peak frequency energy ratio relative to total energy at $x = 5\lambda$ as varying relative water depth (h_0/λ).

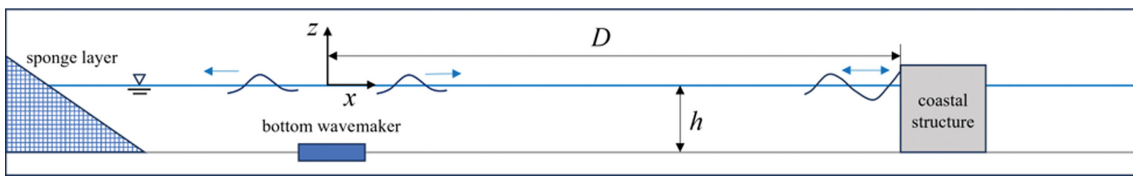


Fig. 15. Conceptual sketch of the wave flume with bottom wavemaker (Jung and Lee, 2025).

서 조파된 파랑의 무차원 파고는 0.5 이하로 나타났고, 사각형 형상 조파기에서는 상대수심이 0.3 이상일 때 무차원 파고는 0.5 이하로 나타났다. 조파기의 무차원 stroke 길이가 0.2인 경우 사각형 및 삼각형 형상 조파기 모두 상대수심 0.055 이상인 경우 파랑의 수가 9개로 나타났다. 반면, 무차원 stroke 길이가 0.05인 경우에는 사각형 형상 조파기는 상대수심 0.032 이상에서 파랑의 수가 9개로 검토했었다. 파랑의 총 에너지에 대한 침투 주파수의 에너지 비에 대해 검토한 결과는 Fig. 14에 나타내었다. 검토 결과 삼각형 및 사각형 형상 조파기 모두 조파기의 무차원 stroke 길이가 0.1 이하인 경우 상대수심 0.055 이상에서 침투 주파수 에너지 비가 0.8 이상으로 검토되었다. 무차원 stroke 길이가 0.1 이상인 경우에는 상대수심 0.091 이상에서 침투 주파수 에너지 비가 0.8 이상으로 계산되었다.

이상의 결과를 종합해 보면, 바닥조파기는 무차원 stroke 길이가 0.1 이하인 경우 상대수심이 $0.055 < h_0/\lambda < 0.2$, 무차원 stroke 길이가 0.1 이상인 경우 $0.091 < h_0/\lambda < 0.2$ 인 범위의 파랑 조파에 적합함을 알 수 있다. 상대수심이 0.055 이하인 장주기파를 조파할 경우에는 단주기 성분인 고차 조화 성분이 생성되었는데, 향후 장주기파를 조파할 때 단주기 성분의 생성을 억제할 수 있는 바닥조파기 형상이나 조파기의 운동형식 등에 대한 검토도 추가로 연구될 필요가 있을 것으로 보인다.

바닥조파기는 무차원 stroke 길이가 0.1 이하인 경우 1 m 수심에서 약 5~18 m 파장, 무차원 stroke 길이가 0.1 이상인 경우 약 5~11 m 파장의 파랑을 조파할 수 있음을 알 수 있다. 따라서, 바닥조파기가 설치되는 조파수로의 길이는 1 m 수심을 기준으로 최대 파장의 약 5배인 90 m가 확보되어야

할 것으로 보인다. 조파판의 길이는 최대 파장의 0.5배인 9 m가 적당한 것으로 판단된다. 다만, 실험 수심이 1 m 이하로 낮아질 경우 이에 비례해서 조파수로 및 조파기의 규모를 경제적으로 축소할 수 있을 것이다. 바닥조파기는 다양한 형태의 조파가 가능하도록 평면 수조의 조파기처럼 조파판을 많은 수의 segment로 분할해서 구성하고, 각각의 segment 하부에 피스톤식 모터를 설치하여 제어하는 것이 적절할 것으로 보인다. 실험수로에서 실험 구조물이 설치되는 반대쪽 끝 부분에는 구조물로부터 반사된 파랑의 재반사를 차단하기 위한 파랑 흡수장치가 설치되어야 할 것이다. 조파기 stroke의 길이는 비쇄파 조건의 파랑 재현을 위해서는 수심의 20% 이하가 적당하지만, 최대 stroke 길이에 대해서는 쇄파를 고려한 조파기 stroke 길이와 재현 파고 사이의 관계에 대한 추가 연구가 필요할 것으로 보인다. 이와 같은 조파수로에 대한 개념도는 Jung and Lee(2025)가 제시하였으며, 이는 Fig. 15와 같다.

5. 결 론

본 연구에서는 강비선형 모델인 고차 스펙트럼법(HOS) 모형을 이용하여 바닥조파기의 조파 능력에 대해 검토하였다. 바닥의 움직임에 따른 파랑 생성을 모의할 수 있는 고차 스펙트럼법 모형은 Hao et al.(2022) 및 Jung et al.(2025)이 제안한 모형을 이용하였다. 바닥조파기는 삼각형 및 사각형 형상을 채택하였다. 수치해석을 위해 1 m 수심의 2차원 단면 수조를 모델링 하였는데, 단면 수조의 길이는 40.95 파장이며 수조 중앙에 바닥조파기를 설치하였다.

상대수심(h_0/λ)이 1/40인 천해 조건에서 바닥조파기에 의해

생성된 파랑은 고차 조파성분을 포함하고 있어 목표 파랑의 파장보다 짧은 단주기파가 함께 생성되었다. 상대수심이 1/4 인 중간수심에서는 sine 파가 잘 재현되었으며, 선형의 해석 해와도 일치하는 결과를 보였다. 상대수심이 1인 심해 조건에서는 파랑이 거의 조파되지 않았다. 바닥조파기의 조파판 길이에 따른 조파 능력을 검토하였는데, 삼각형 바닥조파기의 경우 무차원 조파판의 길이(b/λ)가 0.7일 때, 사각형 바닥조파기의 경우 $b/\lambda = 0.5$ 및 $b/\lambda = 1.5$ 일 때 가장 큰 파고의 파랑이 조파되었다. 바닥조파기의 조파 가능 수심을 평가하기 위해 상대수심 변화에 따른 무차원 파고 변화와 10 주기 동안 파랑의 개수 및 파랑의 총 에너지에 대한 침두 주파수의 에너지 비에 대해 검토하였는데, 조파기의 무차원 stroke 길이가 0.1 이하인 경우 $0.055 < h_0/\lambda < 0.2$, 무차원 stroke 길이가 0.1 이상인 경우 $0.091 < h_0/\lambda < 0.2$ 인 범위에서 무차원 파고 0.5 이상이고 sine 파 형상을 갖는 파랑을 조파할 수 있는 것으로 나타났다. 상대수심(h_0/λ)이 0.05 이하인 천해 조건에서는 단주기 성분이 함께 생성되는데, 이를 억제할 수 있는 조파기 형상이나 조파기 구동방식 등에 대한 추가 연구가 필요할 것으로 보인다.

References

- Cooley, J.W., Lewis, P.A. and Welch, P.D. (1969). The fast Fourier transform and it's applications. *IEEE Transactions on Education*, 12(1), 27-34.
- Craig, W. and Sulem, C. (1993). Numerical simulation of gravity waves. *Journal of Computational Physics*, 108, 73-83.
- Craig, W., Guyenne, P., Nicholls, D.P. and Sulem, C. (2005). Hamiltonian long-wave expansions for water waves over a rough bottom. *Proc. R. Soc. A*, 461, 839-873.
- Dommermuth, D.G. and Yue, D.K.P. (1987). A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 184, 267-288.
- Fuhrman, D.R. and Madsen, P.A. (2009). Tsunami generation, propagation, and run-up with a high-order Boussinesq model. *Coastal Engineering*, 56, 747-758.
- Guyenne, P. and Nicholls, D.P. (2007). A high-order spectral method for nonlinear water waves over moving bottom topography. *SIAM Journal of Scientific Computation*, 30(1), 81-101.
- Hammack, J.L. (1973). A note on tsunamis: Their generation and propagation in an ocean of uniform depth. *Journal of Fluid Mechanics*, 60, 769-799.
- Hao, J., Li, J., Lie, S. and Wang, L. (2022). Numerical studies on the generation and propagation of tsunami waves based on the high-order spectral method. *China Ocean Engineering*, 36(2), 268-278.
- Jung, J.-S. and Lee, C. (2024). A high-order spectral method for simulation of nonlinear wave generation due to bottom movement. *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, 36(6), 217-224 (in Korean).
- Jung, J.-S. and Lee, C. (2025). Variation of superposed wave height with respect to location of vertical structure in a flume equipped with a bottom wave maker. *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, 37(5), 236-245 (in Korean).
- Jung, J.-S., Lee, C., Tran, M.T. and Park, Y.S. (2023). Generation of linear waves with bottom wave makers using analytical solution and extended mild-slope equations. *Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering*, 149(5), 04023013.
- Jung, J.-S., Lee, J.-W. and Hong, S.H. (2025). A numerical study of nonlinear periodic waves generated by bottom wavemakers using a high-order spectral method and a linear analytical solution. *Physics of Fluids*, 37, 106619.
- Jung, J.-S., Pham, V.K. and Lee, C. (2018). A study of performance of bottom moving wave maker: comparison of analytical and numerical solutions. *Proceeding of the Korean Association of Ocean Science and Technology*, Jeju ICC, Rep. of Korea, 54-57 (in Korean).
- Liu, Y. and Yue, D.K.P. (1998). On generalized Bragg scattering of surface waves by bottom ripples. *Journal of Fluid Mechanics*, 356, 297-326.
- Mahjouri, S., Pashazanousi, S., Shabani, R. and Tariverdilo, S. (2024). A practical wave flume layout to test reflective models without any need for an active absorption system. *Journal of Ocean Engineering and Marine Energy*, 10, 275-286.
- Mahjouri, S., Shabani, R., Badieli, P. and Rezazadeh, G. (2021). A bottom mounted wavemaker in water wave flumes. *Journal of Hydraulic Research*, 59(4), 663-669.
- Reeve, D.E., Horrillo-Caraballo, J., Karunarathna, H. and Wang, X. (2024). Experimental study of wave trains generated by vertical bed movements. *Applied Ocean Research*, 147, 103971.
- Shi, C., Borthwick, A.G.L. and Lin, Z. (2025). Wave evolution induced by moving bottom topography via the Dirichlet-Neumann operator. *Physics of Fluids*, 37, 117134.
- West, B.J., Brueckner, K.A., Janda, R.S., Milder, D.M. and Milton, R.L. (1987). A new numerical method for surface hydrodynamics. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 92(C11), 11803-11824.
- Zakharov, V.E. (1968). Stability of periodic waves on finite amplitude on the surface of a deep fluid. *Zhurnal Prikladnoi Mekhaniki I Technicheskoi Fiziki*, 9(2), 86-94.

Received 8 June, 2026

Revised 23 June, 2026

Accepted 23 June, 2026