

KMA 기상부이 자료를 이용한 파형경사 분포함수 추정 Density Estimation of the Wave Steepness Using the KMA Buoy Data

조흥연* · 정태섭** · 이기섭***
Hong-Yeon Cho*, Tae-Seob Jeong** and Gi-Seop Lee***

요지 : KMA 해상부이 자료를 이용하여 우리나라 연안의 파형경사 분포함수를 추정하고 분석하였다. 분포 추정은 다수의 첨두와 변곡 형태를 반영할 수 있는 Gauss 혼합 분포 함수를 이용하였으며, 매개변수 추정은 최우도법 기반 EM 알고리즘을 이용하였다. 최종 추정된 분포는 왜도계수를 기준으로 판단하는 경우, 서귀포(St.14) 지점을 제외하고 모두 오른쪽으로 치우친 분포형태를 보였으며, 전반적으로 2~3개의 조합으로 이루어지는 혼합 분포가 적합한 것으로 파악되었다. 또한 분포 형태는 관측 해역에 따라 차이를 보이고 있으나, 관측 지점과 수심의 영향과는 무관한 것으로 파악되었다. 또한 파고-주기의 조합으로 파생된 파형경사 변수는 선형상관계수, 순위상관계수 보다는 비선형 상관을 판단하는 최대정보계수 수치가 매우 높은 상관을 보이는 것으로 파악되었다.

핵심용어 : 파형경사, Gauss 혼합분포, EM 알고리즘, 최대정보계수, KMA 해상부이 자료

Abstract : The Korean coast's wave steepness (or slope) distribution function was estimated and analyzed using KMA ocean buoy data. The distribution was estimated using the Gaussian mixture distribution function that can reflect multiple peaks and inflection patterns, and the parameter estimation was performed using the maximum likelihood-based EM algorithm. The final estimated distribution shape, when judged based on the skewness coefficient, showed a distribution form skewed to the right in all cases except for the Seogwipo (St. 14) station, and it was determined that a distribution consisting of 2~3 mixtures was appropriate overall. In addition, the distribution form showed differences depending on the monitoring stations, but it was determined that it was unrelated to the effects of the observation point and water depth. In addition, the wave steepness variables derived from the wave height and period combination showed a very high correlation in the maximum information coefficient value that judges nonlinear correlation rather than the linear correlation coefficient and rank correlation coefficients between wave height and period data.

Keywords : wave steepness, Gaussian mixture distribution, EM algorithm, maximum information coefficient, KMA ocean buoy data

1. 서 론

파고에 대한 파장의 비율로 정의되는 파형경사(wave steepness or slope)는 파고, 주기와 더불어 매우 중요한 파랑 환경 정보 중의 하나이며, 파고-주기 자료로부터 계산되는 파생 변수이다. 파형경사는 다양한 분야에서 다양하게 그러나 유사한 개념으로 정의되고, 통계적인 분포 및 특성에 관한 연구가 수행되어 왔다. 파형경사는 선박의 사고원인 및 해상 위험을 판단하는 중요한 지표(Toffoli, 2005)이며, 연안에서의 쇄파 추정, 해안의 표사이동에 의한 지형 변화 분석에도 이용

되는 대표적인 지표이다. 또한, 방파제 피복 구조물의 안정 분석(van der Meer 공식; Kim et al., 2009) 평가에도 이용된다. 해상풍력 등 외해(offshore) 해양구조물의 운영 및 유지 관리를 위한 해상 상태에 정보 분석에 이용되는 파고-주기 확률분포의 경계 추정, 물리적으로 존재하는 파랑의 한계(limit) 형태 분석 등의 관점에서도 중요한 주제로 부각하고 있다. 더불어 파형경사 정보는 해양 음향(seismic noise and underwater acoustics) 분야에서 쇄파로 발생하는 기포가 음파 산란에 미치는 영향, 풍파에 의한 해양 표면 산란 등의 연구 분야에서도 필요로 하는 유용한 정보에 해당한다(Mendes and Oliveira,

*한국해양과학기술원 해양빅데이터·AI센터 책임연구원(Principal Research Scientist, Marine Bigdata·AI Center, Korea Institute of Ocean Science & Technology)

**국립한국해양대학교 해양과학기술융합학과, OST 협동연구생(Collaborative Research Student, Korea Maritime and Ocean University OST)

***한국해양과학기술원 해양빅데이터·AI센터 선임기술원(Corresponding author: Gi-Seop Lee, Senior Research Specialist, Marine Bigdata·AI Center, Korea Institute of Ocean Science & Technology, KIOST, 385, Haeyang-ro, Yeongdo-gu, Busan 49111, Korea, Tel: +82-51-664-3788, freelgs7@kiost.ac.kr)

2021).

파형경사의 정의는 간단하지만, 하나의 파랑(individual wave)에 대한 정의와 다수의 대표 파랑에 정의가 매우 다양하고, 연구 내용도 이 부분에서 세부적인 차이를 보인다. 파형경사는 하나의 파형에 대한 정의, 다수의 파형을 대표하는 대표 파랑(representative waves) 정보를 이용한 정의로 구분할 수 있으며, 파형경사 분포에 관한 연구도 파형경사의 정의, 분포 추정에 사용한 자료(형식)로 구분할 수 있다. 또한 파형경사는 대표 파랑 추출 방법과 실험자료, 현장 관측자료 인가에 따라 다르며, 대상이 되는 파고와 주기의 선정 문제로 매우 다양하게 정의될 수 있다. 이러한 차이를 기반으로 파형경사의 통계적인 특성 연구가 수행되어 왔다.

파형경사의 정의, 파형경사 분석 대상이 되는 파랑 자료, 연구 분야를 기준으로 수행된 기존 연구는 다음과 같이 다양하게 수행되어 왔다. Taylor and Yelland(2001)는 파형경사를 이용한 해양 표면의 조도(roughness) 추정연구를 수행하였으며, Tayfun(2006)은 규칙파, 불규칙파를 구분하여 파형경사를 정의하였으며, 불규칙파의 경우 스펙트럼법으로 계산되는 평균주기를 이용하여 정의되는 파형경사를 이용하여 연구를 수행하였다. Myrhaug(2018), Myrhaug and Fouques(2007)는 무차원화된(normalized) 변수로 파형경사를 정규화(normalization, 실질적으로 무차원화와 유사)하여 분석에 이용하였으며, Xiulan et al.(2008)는 풍동 파랑발생시험시설(wind-wave flume)에서 생성한 평면파고 분포자료에서 직접 관측되는 파장 정보를 이용하여 파형경사를 정의하고 분석하는 연구를 수행하였다. 이 방법은 가장 직접적인 파형 경사정보를 이용하였다는 측면에서 매우 바람직하지만, 실질적으로 현장에서는 평면 파장 관측이 제한된 상황에서는 활용에 제약이 있다. 반면 수면고도(water surface elevation) 자료를 이용하는 파형경사 연구는 개별 파랑의 형태를 보다 세밀하게 구분할 수 있기 때문에 파랑의 비선형적인 형태 및 파봉과 파곡(wave crest and trough)에 대한 정보를 이용하여 파형경사를 정의하고, 파랑의 형태 분석을 중심으로 수행되어 왔다.

한편 Lee and Bae(2020)는 해면고도(water surface elevation) 자료에 영점교차 기법을 적용하여 추정된 파고, 주기(유의주기를 이용하여 파형경사를 정의하고, 잠제 콘크리트 피복벽의 파고전달계수에 대한 분석을 수행하였다. Arena et al.(2010)는 침두주기와 평균주기를 이용하여 파형경사를 각각 정의하고, 파형경사의 범위에 따른 파형 특성 연구를 수행하였다. Puspita et al.(2020)는 파형경사를 기준으로 전형적인 풍파와 너울(swell) 조건을 구분하고, 그 조건에서의 파랑 처올림(wave run-up)과 월파(wave overtopping) 분석을 수행하였다. Heineke and Verhagen(2009)도 쇄파 지수(surf similarity parameter)에서 요구되는 파형경사를 이용하여 파의 처올림 및 월파 분석을 수행하였다. Taylor and Yelland(2001)는 침두주기와 유의파고로 계산되는 파형경사를 정의하고, 통계적인 특성 분석을 수행하였다. Anju and Kumar(2023)는 스펙트럼방

법으로 계산되는 평균주기를 이용하는 파형경사를 정의하고, 몬순시기의 폭풍 파랑을 대상으로 파형경사를 분석한 바 있다.

또한 Toffoli et al.(2010)은 다수의 관측자료를 이용하여 파형경사와 파고-주기 결합확률분포를 분석하고, 최대 가능(possible maximum) 파형 경사 수치를 제안하였다. Guedes Soares et al.(2003), Stansell et al.(2003)은 폭풍 파랑을 대상으로 전면파고, 후면파고, 파봉, 파곡 조합으로 개별 파랑에 대한 다양한 파형경사를 정의하고, 파형을 파형경사 관점에서 분석하였다. Kerpen et al.(2020)은 파형경사를 기준으로 쇄파, 비쇄파 조건을 구분하여 월파를 추정하는 연구를 수행하였다. Guedes Soares et al.(2004)는 비대칭 형태를 보이는 파랑을 분석하는 목적으로 파봉전면, 후면의 파형경사를 구분하여 정의하였다. 우리나라에서는 Cho(2021a, b)가 파랑 스펙트럼 자료를 이용하여 동해안 맹방, 울릉도, 울산 해역의 파형경사 연구를 수행하였으며, 맹방 해안 등의 파형경사 분포를 Gauss 혼합 분포모형을 이용하여 추정한 바 있으며, 파형경사의 확률분포가 뚜렷한 침두보다는 비교적 평평한 확률 고원 형태를 보이고 있음을 제시하였다. IAHR(1989)은 하나의 비선형 형태를 보이는 파랑에 대하여 가능한 모든 조합의 파형경사 정의를 제시하고 있다. Toffoli et al.(2005), WMO(1998)는 에너지 주기관점에서 파형경사를 정의하였으며, Myrhaug and Kjeldsen(1984)은 정규화된 파봉 전면 파형경사를 이용하는 연구를 수행하였다.

그러나 대부분의 연구가 현장 관측 자료를 이용하는 경우에는, 파형 경사의 특성 분석에 집중되고 있으며, 설계의 관점에서 연구가 진행되어 왔다. 또한 파형경사 자료를 특정하고파의 폭풍 사상 또는 2~3개 정도의 지점으로 한정된 자료를 대상으로 수행되어 연안 해역의 파형경사 정보를 대표하기에는 한계가 있을 것으로 판단된다. 따라서 본 연구에서는 해역 특성이 뚜렷하게 구분되는 우리나라 해역의 파형경사 정보를 대표하고, 차이를 판단할 수 있도록 다수의 지점을 대상으로 파형경사 분포 특성을 파악하기 위하여, 기상청에서 운영·제공하는 전체 해상부이 28개 지점의 파랑 자료를 파형경사 특성 분석 연구에 이용하였다. KMA 해상부이가 자료가 제공하는 정보는 대표 파랑 정보에 해당하며, 유의파고, 침두주기(H_s , T_p) 정보를 이용하여 파형경사 변수를 생성하고 분포 추정을 수행하였으며, 그 빈도분포의 공간적인 변화 양상 분석, 파형경사와 파고, 주기의 상관 특성 분석을 수행하였다.

2. 자료 및 방법

2.1 파형 경사 자료

파형경사는 유의파고와 파장의 비율로 정의되는 변수를 의미하며, 파장 계산에 필요한 주기와 수심은 기상부이에서 제공하는 자료를 이용하였다. 파장은 미소진폭파(선형파) 이론으로 유도되는 분산 관계식(dispersion relationship; Holthuijsen, 2007)을 이용하여 추정하였다. 본 연구에서 파형경사 변수 생

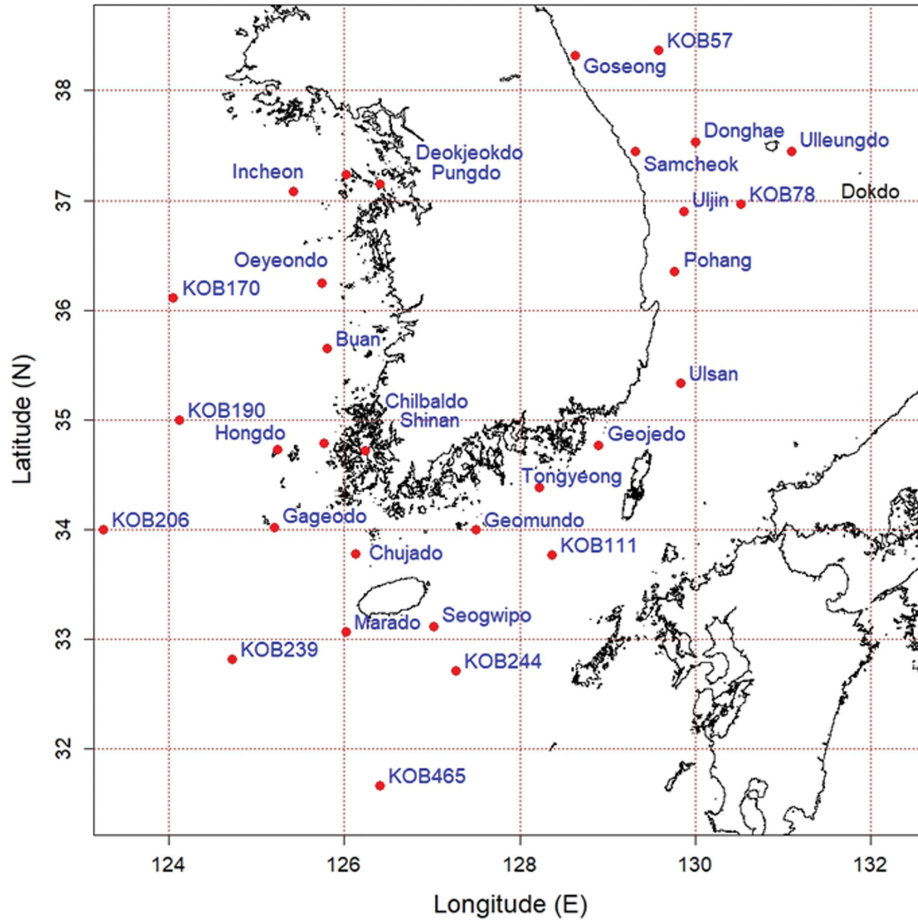


Fig. 1. Location map of the KMA ocean monitoring stations.

성에 이용한 자료는 KMA에서 운영하는 기상부이 31개 지점의 2023년 관측자료이다(Fig. 1, Table 1 참조). 본 연구에서 대상으로 하는 파형경사는 관측자료에서 제공하는 파고(H_{m0} , H_s), 침투주기(T_p) 정보를 추출하여 생성한 파형경사(파생변수, 다수의 관측 변수를 조합하여 생성되는 또 하나의 변수) 자료이다. 한 지점에서 생성되는 파형경사 자료는 1년 동안 1시간 간격의 관측자료로 생성되므로, 결측이 없는 경우, 전체 8,760개가 생성된다. 2023년 관측 기간이 1년에 크게 못 미치는 3개 지점(남해 244, 고성, 삼척 - KOB 111, Goseong, Samcheok)은 분석에서 제외하였다. 또한 파고가 제로($H_s = 0$)인 자료는 분석에서 제외하였으며, 본 연구에서 사용한 28개 지점의 기본 통계정보를 추정하여 제시하였다(Table 2 참고). 표에서 볼 수 있는 바와 같이 정점 2, 3, 11 번에서 보이는 높은 침도는 평균 영역(몸통 부분, body)에서 크게 벗어나는 꼬리(tail) 부분에 위치한 파형경사 자료에 의한 영향으로 간주할 수 있다(De Carlo, 1997; Westfall, 2014). 한편, 정점 14번(서귀포)의 음수로 추정된 왜도는 왼쪽으로 치우친(left-skewed) 분포로 판단할 수 있으며, 오른쪽으로 치우친(right-skewed) 다른 21개 지점과는 매우 다른 특이한 분포 형태를 보이고 있음을 알 수 있다. 이 정점에 대한 심층 분석이 요구되나, 본 연구에서는 전체적인 특성 파

악에 중점을 두어 진행하기 때문에 제외하였다.

2.2 분포 추정 방법

파형경사의 분포는 대표적인 비모수 추정 방법에 해당하는 Kernel 분포 추정형태를 기준으로 이용하였으며, 모수적인 분포 추정함수는 Cho(2021b), Cho and Park(2024) 등이 우리나라 동해 연안에서 파형경사 분포로 제안한 바 있으며, 다수의 침투 및 반곡(reflection) 형태 재현이 가능한 Gauss 혼합(Gaussian mixture distribution, 이하 GMD) 함수(모형)을 선택하여 수행하였다. GMD 모형은 서로 다른 평균, 표준편차를 가지는 다수의 정규분포함수를 선형조합(혼합, mixtures)하는 모형으로 조합하고자 하는 개수와 각각의 정규분포함수에 대한 가중계수를 이용하여 표현할 수 있다(식(1) 참고). GMD 모형의 적절한 개수를 판단하는 절대적인 기준은 없으나, 실질적이고 적절한 추정이 요구된다. 본 연구에서는 GMD 모델 개수를 추정 대상이 되는 파형 경사 자료에 분류 모형을 적용하여 가장 적절하다고 판단되는 분류 개수로 결정하였다. 분류개수 결정에 사용한 방법은 K-평균 분류기법(k-means clustering), 성능판단에 사용한 기준 지수는 Silhouette 점수를 이용하였다. 본 연구의 분석 작업은 R 프로그램(R Core team, 2024)을 이용하여 수행하였으며, 세부 수행과정에

Table 1. Basic information of the KMA monitoring stations

SN	Scode	K. Name	E. Name	Latitude (N) D (°), M (')		Longitude (E) D (°), M (')		Depth (m)	Start (Replacement)	Type of Buoy
1	21229	울릉도	Ulleungdo	37	27	131	6	2,200	2011.12.	NOMAD 6×3
2	22101	덕적도	Deokjeokdo	37	14	126	1	30	1996.07	Discus 3 m
3	22102	칠발도	Chilbaldo	34	47	125	46	33	1996.07 (2005.12)	Discus 3 m
4	22103	거문도	Geomundo	34	0	127	30	80	1997.05. (2006.10)	Discus 3 m
5	22104	거제도	Geojedo	34	46	128	54	87	1998.05. (2006.10)	Discus 3 m
6	22105	동해	Donghae	37	32	130	0	1,518	2001.05. (2007.10)	NOMAD 6×3
7	22106	포항	Pohang	36	21	129	46	310	2008.11.	NOMAD 6×3
8	22107	마라도	Marado	33	4	126	1	130	2008.11. (2009.07)	NOMAD 6×3
9	22108	외연도	Oeyeondo	36	15	125	45	47	2009.11. (2019.09)	Discus 3 m
10	22183	신안	Shinan	34	43	126	14	25	2013.06.	Discus 3 m
11	22184	추자도	Chujado	33	47	126	8	85	2014.01.	Discus 3 m
12	22185	인천	Incheon	37	5	125	25	40	2015.12.	Discus 3 m
13	22186	부안	Buan	35	39	125	48	50	2015.12.	Discus 3 m
14	22187	서귀포	Seogwipo	33	7	127	1	105	2015.12.	NOMAD 6×3
15	22188	통영	Tongyeong	34	23	128	13	55	2015.12.	Discus 3 m
16	22189	울산	Ulsan	35	20	129	50	145	2015.12.	NOMAD 6×3
17	22190	울진	Uljin	36	54	129	52	700	2015.12.	NOMAD 6×3
18	22191	서해170	KOB170	36	7	124	3	75	2019.11.	Discus 10 m
19	22192	서해206	KOB206	34	0	123	15	75	2019.11.	Discus 10 m
20	22297	가거도	Gageodo	34	1	125	12	90	2019.11.	Discus 3 m
21	22298	홍도	Hongdo	34	44	125	14	85	2019.11.	Discus 3 m
22	22299	서해190	KOB190	35	0	124	7	79	2020.11.	Discus 10 m
23	22300	남해239	KOB239	32	49	124	43	73	2020.11.	Discus 10 m
24	22301	남해465	KOB465	31	40	126	24	75	2021.09.	Discus 10 m
25	22302	동해78	KOB78	36	58	130	31	2,000	2021.09.	Discus 10 m
26	22303	풍도	Pungdo	37	9	126	24	25	2021.08.	Discus 3 m
27	22304	남해244	KOB244	32	43	127	16	75	2023.01.	Discus 10 m
28	22305	동해57	KOB57	38	22	129	35	1,100	2023.03.	Discus 10 m
29	22309	남해111	KOB111	33	46	128	22	110	2023.11.	Discus 10 m
30	22310	고성	Goseong	38	19	128	38	400	2023.11.	NOMAD 6 m
31	22311	삼척	Samcheok	37	27	129	19	200	2023.11.	Discus 3 m

서 사용한 패키지 및 함수를 명시하였다. 최적 분류 개수 결정에는 ‘NbClust’ 패키지의 NbClust() 함수를 사용하였으며, 인덱스 옵션으로 Silhouette 지수를 선택하였다(Charrad, 2014).

Gauss 혼합 분포모형의 매개변수는 최우도법 기반의 EM(expectation & maximization) 알고리즘(Jun, 2012; Oh, 2008)을 이용하여 추정하였다. 매개변수 추정에 사용한 함수는 Kernel 분포함수, Gauss 혼합 분포함수에 대하여 각각 ‘stats’

패키지 density() 함수; ‘mixtools’ 패키지의 normalmixEM() 함수를 이용하였다(R Core Team, 2024; Milard, 2013; Benaglia et al., 2009).

$$f_m(x) = \sum_{k=1}^m \lambda_k N(x; \mu_k, \sigma_k), \sum_{k=1}^m \lambda_k = 1 \quad (1)$$

여기서, $f_m(x)$ = 과형경사 변수(x)의 확률밀도함수로 평균과

Table 2. Basic statistical measures of the wave steepness

NO.	mean	median	mode	SD	MAD	IQR	SK.	KT.	min.	max.	CV	n	MR
1	0.023	0.021	0.020	0.010	0.009	0.013	0.713	0.811	0.002	0.078	0.427	8,543	2.5
2	0.017	0.014	0.010	0.013	0.010	0.016	1.658	6.474	0.001	0.145	0.740	8,319	5.0
3	0.023	0.016	0.013	0.024	0.012	0.017	2.776	9.447	0.001	0.224	1.026	8,381	4.3
4	0.032	0.032	0.021	0.013	0.016	0.022	0.174	-0.916	0.006	0.070	0.416	8,509	2.9
5	0.031	0.030	0.027	0.012	0.014	0.019	0.210	-0.894	0.007	0.066	0.382	8,627	1.5
6	0.038	0.037	0.031	0.014	0.016	0.022	0.167	-0.757	0.006	0.079	0.365	8,688	0.8
7	0.026	0.023	0.016	0.014	0.015	0.021	0.598	-0.469	0.002	0.078	0.546	8,396	4.2
8	0.023	0.022	0.017	0.013	0.014	0.019	0.502	-0.221	0.002	0.087	0.543	7,167	18.2
9	0.022	0.021	0.016	0.013	0.014	0.019	0.605	-0.081	0.001	0.085	0.588	8,486	3.1
10	0.017	0.011	0.008	0.013	0.007	0.015	1.444	1.323	0.001	0.078	0.803	6,929	20.9
11	0.027	0.024	0.014	0.019	0.016	0.022	2.702	14.524	0.001	0.218	0.706	8,071	7.9
12	0.030	0.029	0.014	0.015	0.017	0.023	0.316	-0.830	0.003	0.070	0.481	7,752	11.5
13	0.021	0.020	0.017	0.011	0.012	0.016	0.459	-0.096	0.001	0.073	0.537	7,063	19.4
14	0.038	0.040	0.047	0.014	0.016	0.022	-0.223	-0.866	0.006	0.073	0.365	8,634	1.4
15	0.032	0.032	0.031	0.013	0.015	0.021	0.147	-0.929	0.008	0.069	0.395	8,558	2.3
16	0.034	0.033	0.020	0.015	0.018	0.024	0.163	-0.909	0.004	0.088	0.437	8,049	8.1
17	0.040	0.039	0.037	0.015	0.018	0.024	0.191	-0.809	0.007	0.084	0.384	8,645	1.3
18	0.015	0.014	0.011	0.009	0.010	0.014	0.486	-0.613	0.001	0.047	0.591	8,433	3.7
19	0.024	0.022	0.016	0.012	0.013	0.018	0.591	-0.273	0.003	0.067	0.516	8,608	1.7
20	0.032	0.032	0.024	0.013	0.016	0.022	0.153	-0.932	0.002	0.069	0.416	7,815	10.8
21	0.031	0.030	0.023	0.014	0.016	0.022	0.255	-0.893	0.005	0.071	0.441	8,437	3.7
22	0.017	0.015	0.013	0.010	0.010	0.014	0.644	-0.069	0.001	0.055	0.576	7,296	16.7
23	0.021	0.021	0.022	0.010	0.011	0.015	0.299	-0.524	0.002	0.057	0.485	7,758	11.4
24	0.016	0.016	0.005	0.008	0.010	0.013	0.285	-0.766	0.002	0.044	0.516	8,656	1.2
25	0.018	0.017	0.013	0.008	0.009	0.012	0.484	-0.262	0.001	0.049	0.465	7,670	12.4
26	0.016	0.010	0.005	0.014	0.009	0.018	1.212	0.588	0.000	0.073	0.884	8,479	3.2
27	0.024	0.023	0.021	0.011	0.013	0.017	0.219	-0.683	0.002	0.072	0.466	8,448	3.6
28	0.020	0.018	0.015	0.010	0.010	0.014	0.751	0.135	0.001	0.062	0.520	7,166	18.2
AM	0.025	0.024	0.019	0.013	0.013	0.019	0.640	0.730	0.003	0.083	0.540	8,113	7.4

Ref. NO. = the station number (SN in Table 1), SD = standard deviation, MAD = median absolute deviation, IQR = inter-quartile range, SK. = skewness coefficient, KT. = kurtosis, and min. and max. = minimum and maximum values, respectively; n = no. of the data, and MR = missing ratio (%). AM = all-station averaged (mean) value of the statistical measures.

표준편차가 다른 다수의 정규분포함수를 선형조합한 함수, m = GMD 모델을 구성하는 정규분포 함수의 개수이며, $\lambda_k = k$ 번째 가중계수이고, 각각의 정규분포 함수는 아래와 같다(식 (2) 참고).

$$N(x; \mu_k, \sigma_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_k^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu_k)^2}{\sigma_k^2}\right], \quad (2)$$

여기서, μ_k, σ_k = 각각 k 번째 정규분포 함수의 평균, 표준편차이다.

따라서 추정하여야 하는 매개변수의 개수는 가중계수의 제약조건 하나를 반영하면 $3m - 1$ 개가 된다. 매개변수 추정은 최우도법(max. likelihood method) 기반으로 수식을 구성하며, 구성되는 다수의 변수를 포함하는 비선형 연립방정식의 해는 EM(expectation and maximization) 알고리즘으로 추정한다. 매개변수 최적 추정에 이용되는 우도, 로그우도(log-likelihood) 계산은 다음 수식을 이용한다.

$$\text{Likelihood, } L(x) = \prod_{i=1}^n f_m(x_i) \quad (3)$$

Log-likelihood,

$$\ln L(x) = \ln \prod_{i=1}^n f_m(x_i) = \sum_{i=1}^n \ln f_m(x_i) = \sum_{i=1}^n \ln \left[\sum_{k=1}^m \lambda_k N(x_i; \mu_k, \sigma_k) \right] \quad (4)$$

여기서 n = 파형경사 자료의 개수이다.

3. GMD 모델을 이용한 분포추정

3.1 파고-주기 분포함수

파형경사는 파고와 파장으로 정의되지만, 파장은 대표적인 파랑 관측에 해당하는 정점 관측으로는 계측할 수 없다. 일반적으로 제공되는 주기와 수심 그리고 선형파 이론에서 유도되는 분산관계식(dispersion relationship; $\sigma^2 = g \tanh(kh)$, $\sigma = 2\pi/T$ = wave frequency, $k = 2\pi/L$ = wave number, T = wave period(s), L = wave length(m), h = water depth(m))을 이용하여 파장을 추정하고, 그 추정된 파장을 이용하여 파형경사 정보를 생산한다. 따라서 자료의 관점에서는 파형경사 변수 생성에 이용되는 파고와 주기의 결합확률 분포에서 파형경사 변수가 차지하는 위치는 중요한 특성이므로, 해당 변수를 양쪽 꼬리 부분에서 분석하였다(Fig. 2, Fig.

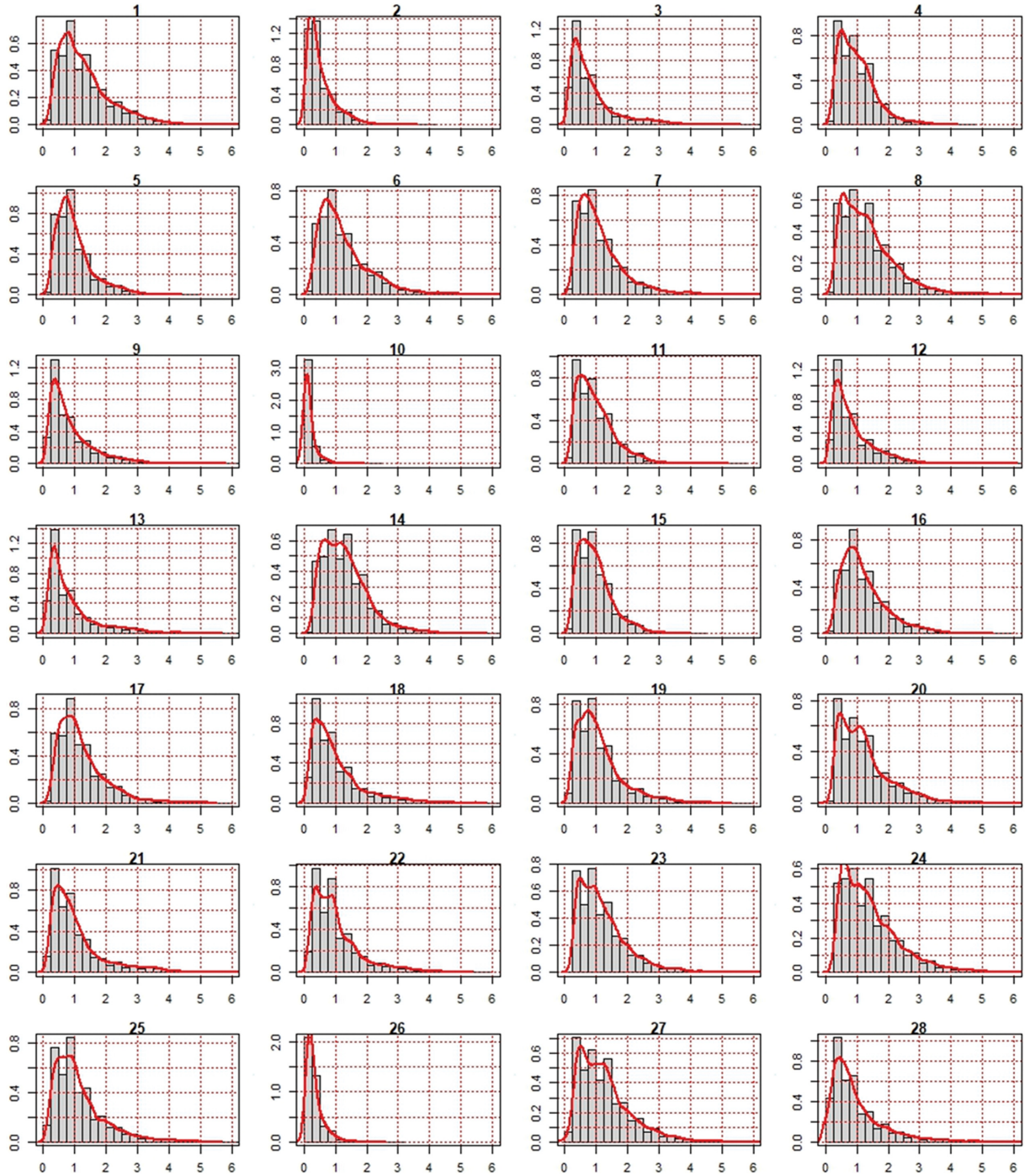


Fig. 2. Density plot of the wave height data (x-axis – wave height (unit: m), y-axis – probability).

3 참고). 또한, 파고와 주기의 관계를 추가적으로 분석하기 위해 Fig. 4에 이를 도시하였다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이, 파고는 잔잔한 해역에 해당하는 정점 10, 26번(신안, 풍도)에서는 파고가 전반적으로 매우 작게 나타나고 있다(Fig. 2 참고). 한편, 주기의 하한 경계는 2.0초 정도로 판단되며, 이는 해수면 고도 관측 간격(Δt)이 1.0초 조건에서 관측되는 경우에 해당한다. 분해 가능한(주파수 해상도, resolution) 최대 주파수(Nyquist frequency)는 $1/(2\Delta t)$ 로 계산되며, $\Delta t = 1.0$ 조건에서 Nyquist 주파수의 역수로 가장 작은 주기 2.0(초)가

계산된다. 또한 주기자료에서 보여지는 부등 간격의 주기 자료는 스펙트럼법을 이용하는 경우, Nyquist 주파수를 스펙트럼 분석에 사용하는 해수면 자료 개수 또는 그 이하의 수준(스펙트럼의 Smoothing 정도로 인한 주파수 해상도 저하)으로 등분하고, 그 등분된 주파수 영역에서 첨두주파수를 산정하고, 그 주파수를 이용하여 첨두주기를 산정하는 경우 발생하는 현상이다. 첨두주파수 영역은 상대적으로 작은 주파수 영역으로 그 주파수의 역수를 취하는 경우, 급격하게 증가하는, 큰 간격을 가지는 주기 산정이 불가피하다. 이러한 조건

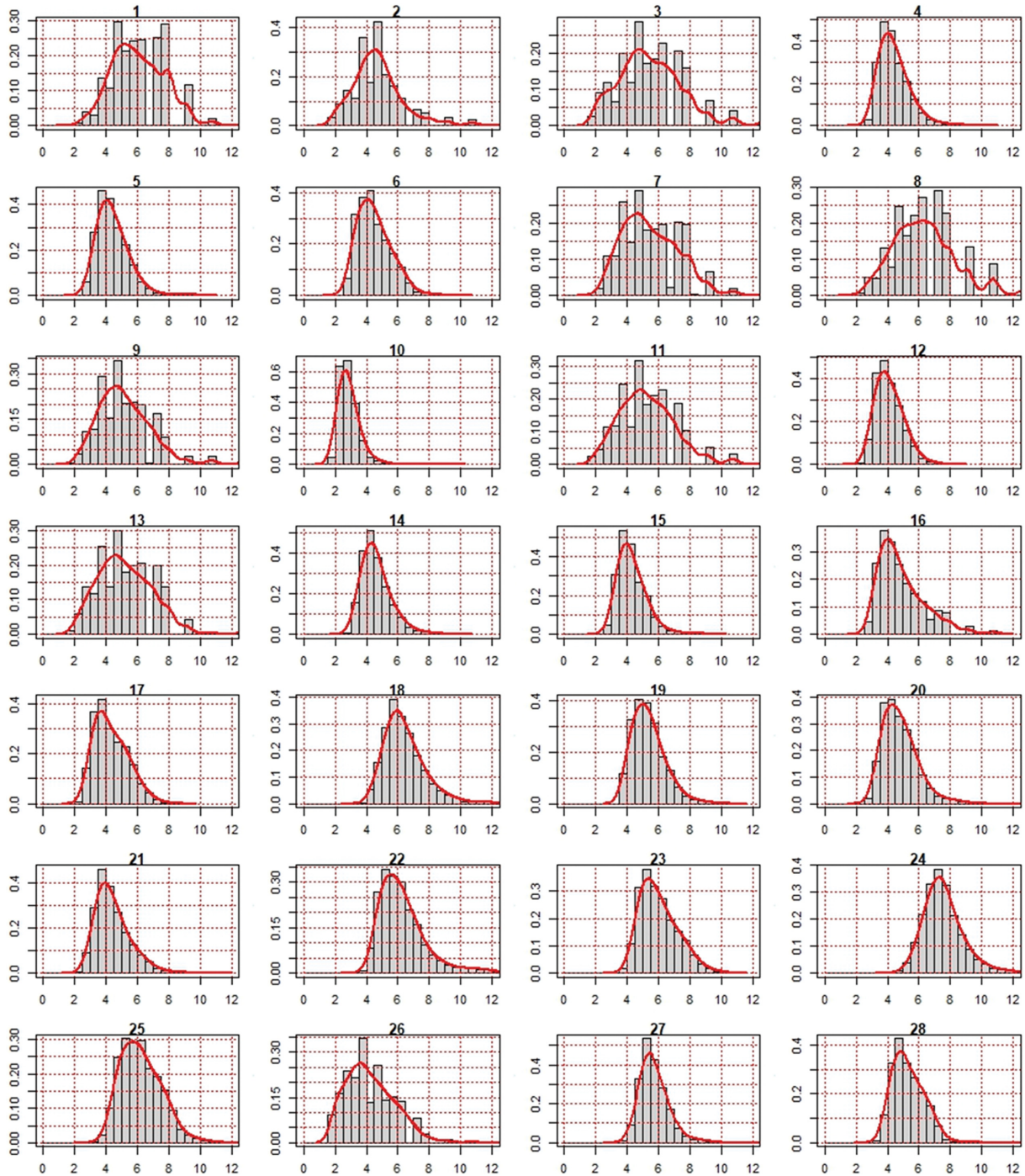


Fig. 3. Density plot of the peak wave period data (x-axis – wave period (unit: s), y-axis – probability).

에서 파형경사의 상한, 하한 5% 정도에 해당하는 파형경사를 도시한 그림(상한 파형경사는 red circle; 하한 파형경사는 blue circle)에서 보면, 주기에 대한 파고 변수의 상한-하한 경계에 위치하고 있음을 알 수 있다(Fig. 4 참고). 그리고 상한 경계의 경우, 주기 증가에 따라 파고, 파형경사가 뚜렷하게 증가하는 경향을 보이기 때문에, 파고-주기 등과 같은 다변량(multi-variate) 조건에서 적절한 조합을 이용하여 하나의 파생 변수(derivative variables)를 구성하는 경우 차원 축소 효과도 기대할 수 있다. 본 연구에서는 그 후보로 파형경사를

제안한다.

주기 분포는 주기가 대략 6초 정도를 넘어서는 영역에서 불연속적인 분포양상을 보이고 있음, 이는 주파수 해상도(0.01 정도) 관점에서 보면 6초는 0.17 정도, 이후 보다 저주파수 영역이 장주기 영역에 해당하는데, 주파수 영역이 0.16부터 0.05 수준까지 등간격으로 감소하는 경우, 그에 해당하는 주기는 6.25, 6.67, 7.14, 7.69, 8.33, 9.09, 10.00, 11.11, 12.50, 14.29, 16.67, 20.00 간격으로 변화하는 영향이 반영된 것으로 판단된다. 스펙트럼 기법을 이용하여 침두 주파수를 추정

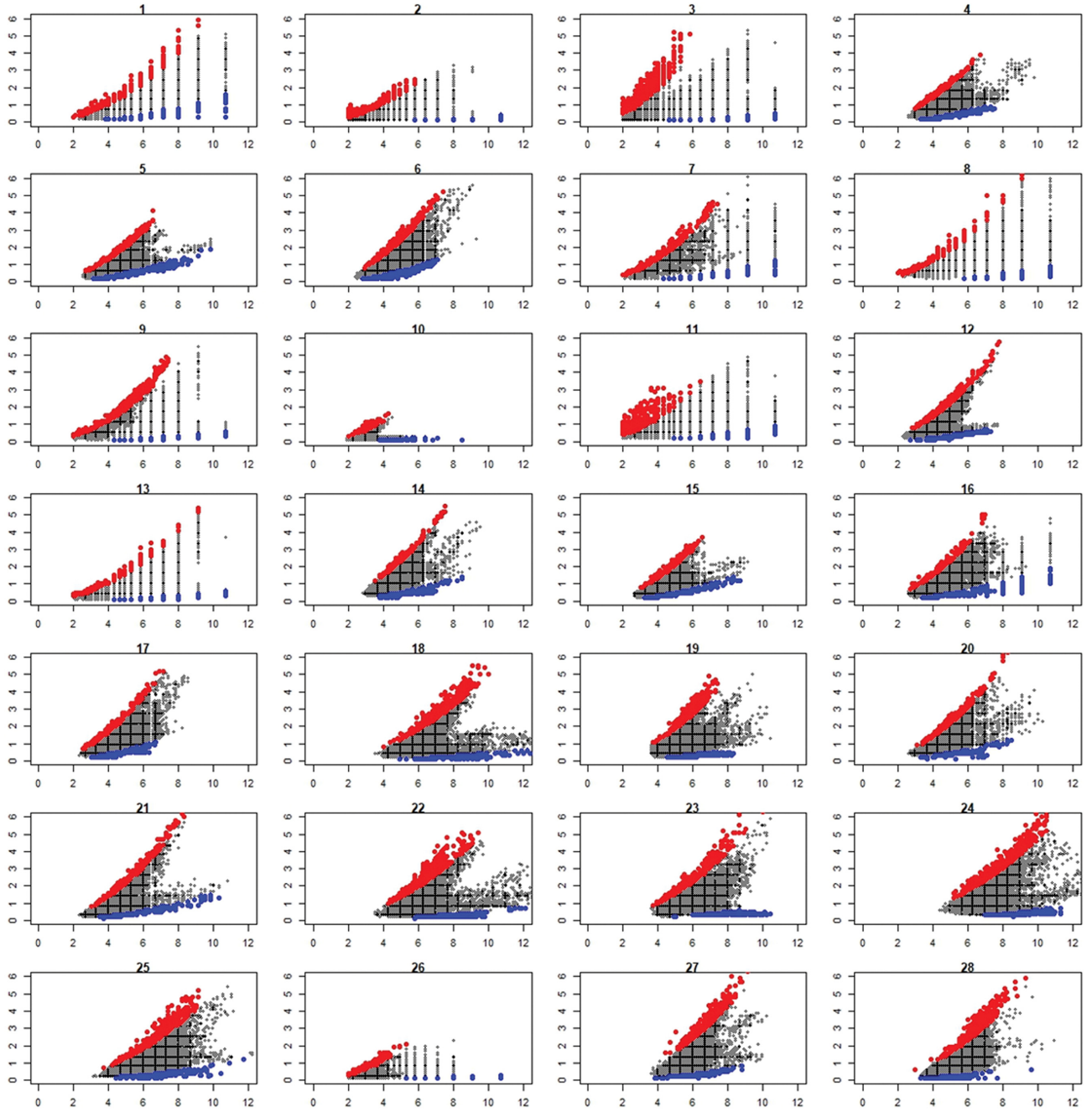


Fig. 4. Scatter plot of the wave height and period (Symbols: blue circle = below 5% quantiles, red circle = above 95% quantiles of the wave steepness data points) (x-axis – wave period (unit: s), y-axis – wave height (unit: m)).

하여, 첨두주기를 역산하는 경우, 발생하게 되는 수치적인 문제이다. 이를 방지하기 위해서는 첨두 주파수 정보에 해상도 수준의 흐트림(jittering) 크기를 적용하여 주기를 추정하여야 연속적인 주기분포 형태를 얻을 수 있다.

3.2 파형경사의 분포함수 추정

파형경사의 분포 추정 과정은 다음과 같은 세부 단계로 구분한다. 비모수 기법을 이용한 분포 형태 추정, 분류기법을 이용한 파형경사 자료의 최적 분류개수 추정, 추정된 분류개수(m)에 해당하는 GMD 모델(이하 GMD(m) 표기)의 매

개변수 추정 및 분포 적합 검정으로 구성된다. 이상의 과정을 종합하여 파형경사 GMD(m) 분포함수와 기준이 되는 분포함수를 비교하여 도시하였다(Fig. 5 참고). 파형경사의 최적 분류개수는 정점 11번(추자도의 경우, 3개)을 제외하고는 모두 2개가 최적으로 결정되어, GMD(2) 모델 조건에서 추정된 모델 매개변수를 정리-제시하였다(Table 3 참고). 물론, 자료의 분류개수가 증가하는 경우, 추정하여야 하는 매개변수도 증가하고, 매개변수 추정에 필요한 계산량도 증가하는 단점이 있으나, 전체적인 분류 성능은 꾸준히 점점 작아지는 정도이지만 증가하는 경향을 보이고 있음도 확인

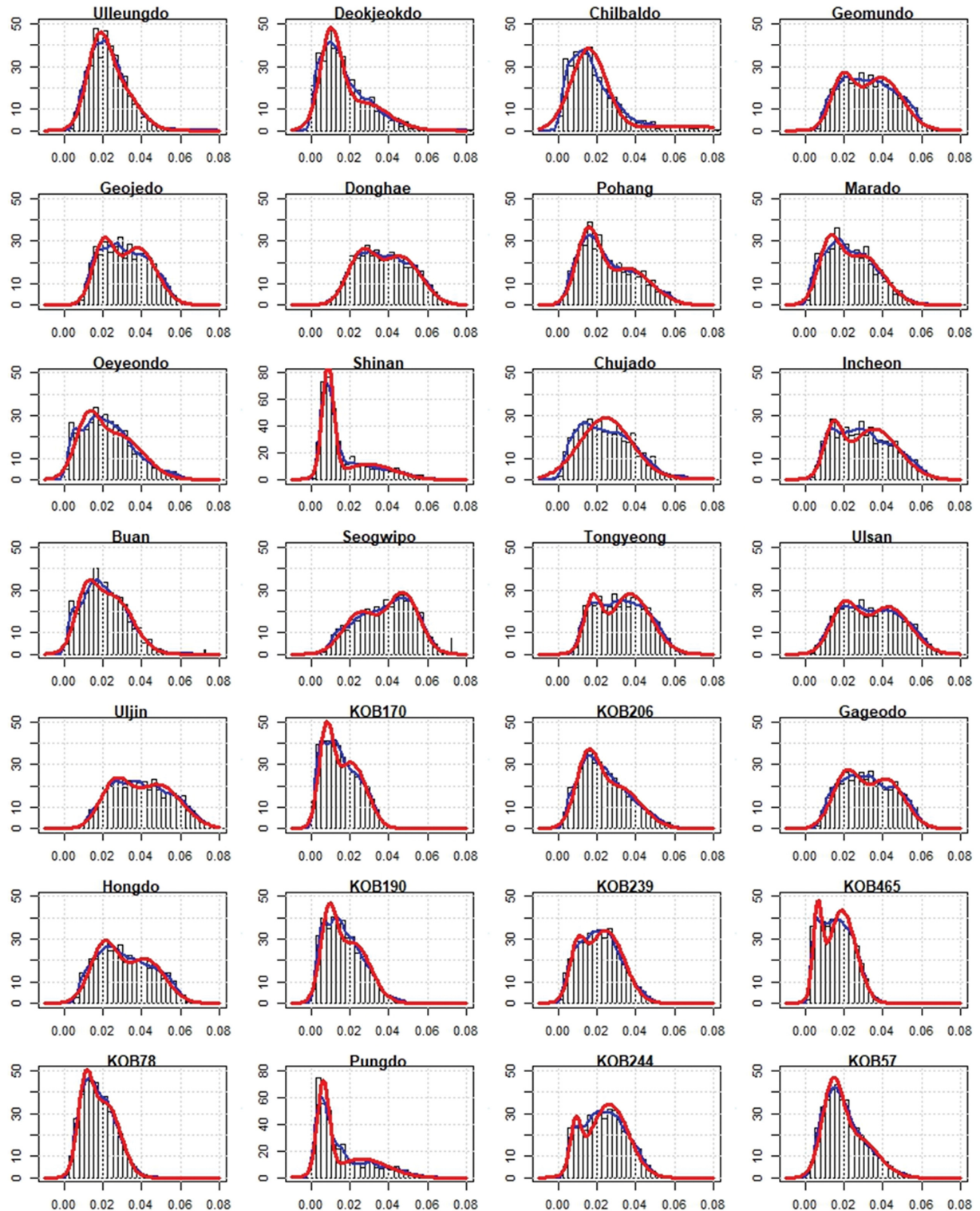


Fig. 5. Gaussian mixture distribution plot for the wave steepness ($k = 2$).

하였다. 그러나 매개변수 추정이 점점 국지적인 최적(local optimum)에 도달하는 가능성도 존재하기 때문에, 수렴을 보장하는 EM 알고리즘을 능가하는 가용한 매개변수 추정 기법의 부재를 고려하면, 대략 2개 또는 3~4개 정도로 GM 개수로 실질적인 측면에서 한정할 필요가 있을 것으로 판단된다.

3.3 파형경사의 상관분석

파고와 주기 자료로부터 생성되는 파형경사 정보가 어떤 변수가 더 우세한 영향을 미치는지, 또는 어떤 방식으로 영향을 주는지를 파악하기 위해, 전통적으로 널리 사용되는 선형 상관관계수(Pearson correlation coefficient)와 대표적인 순위 상관관계수인 Spearman 및 Kendall 상관관계수를 이용하여 분석

Table 3. Optima parameters of the Gaussian two-mixtures distribution, GMD(2)

SN	λ_1	λ_2	μ_1	μ_2	σ_1	σ_2	log(L)
1	0.54	0.46	0.018	0.029	0.00608	0.00967	27,815
2	0.57	0.43	0.010	0.026	0.00540	0.01333	25,694
3	0.84	0.16	0.015	0.063	0.00890	0.03479	23,485
4	0.33	0.67	0.019	0.039	0.00587	0.01074	24,967
5	0.37	0.63	0.020	0.038	0.00547	0.00936	26,345
6	0.43	0.57	0.026	0.047	0.00736	0.01024	25,198
7	0.49	0.51	0.015	0.036	0.00601	0.01198	24,639
8	0.65	0.35	0.029	0.012	0.01134	0.00555	21,463
9	0.38	0.62	0.012	0.029	0.00638	0.01226	25,047
10	0.62	0.38	0.009	0.029	0.00295	0.01329	23,186
11	0.96	0.04	0.025	0.082	0.01337	0.04056	22,217
12	0.25	0.75	0.014	0.036	0.00451	0.01274	22,253
13	0.32	0.68	0.011	0.025	0.00558	0.01010	21,974
14	0.42	0.58	0.025	0.048	0.00883	0.00817	25,035
15	0.25	0.75	0.017	0.037	0.00433	0.01061	25,633
16	0.39	0.61	0.020	0.043	0.00698	0.01104	22,844
17	0.39	0.61	0.026	0.049	0.00770	0.01189	24,180
18	0.39	0.61	0.007	0.020	0.00371	0.00784	28,283
19	0.46	0.54	0.015	0.032	0.00605	0.01115	26,125
20	0.47	0.53	0.021	0.042	0.00725	0.00932	22,928
21	0.50	0.50	0.021	0.042	0.00723	0.00975	24,561
22	0.37	0.63	0.009	0.022	0.00408	0.00887	23,925
23	0.20	0.80	0.010	0.024	0.00391	0.00930	24,652
24	0.22	0.78	0.006	0.019	0.00222	0.00718	29,787
25	0.36	0.64	0.011	0.021	0.00383	0.00740	26,287
26	0.53	0.47	0.006	0.026	0.00308	0.01343	27,081
27	0.14	0.86	0.009	0.026	0.00269	0.00994	26,384
28	0.56	0.44	0.014	0.028	0.00556	0.00991	22,998

Table 4. Correlation coefficients and maximum information coefficients of the wave parameters

	Hs, Tp				s, Hs				s, Tp			
	P	S	K	MIC	P	S	K	MIC	P	S	K	MIC
1	0.672	0.706	0.547	0.574	0.446	0.475	0.338	0.968	-0.269	-0.235	-0.166	0.967
2	0.257	0.327	0.251	0.356	0.606	0.702	0.542	0.998	-0.382	-0.368	-0.264	0.985
3	0.327	0.373	0.282	0.344	0.454	0.582	0.436	0.951	-0.439	-0.457	-0.325	0.960
4	0.613	0.591	0.429	0.524	0.628	0.685	0.517	0.911	-0.163	-0.132	-0.089	0.806
5	0.597	0.648	0.488	0.544	0.654	0.665	0.497	0.912	-0.138	-0.084	-0.054	0.850
6	0.761	0.732	0.556	0.612	0.593	0.655	0.478	0.906	0.010	0.003	0.002	0.764
7	0.497	0.505	0.371	0.489	0.351	0.388	0.273	0.890	-0.536	-0.557	-0.394	0.888
8	0.440	0.432	0.328	0.421	0.371	0.439	0.316	0.917	-0.555	-0.549	-0.400	0.959
9	0.383	0.437	0.336	0.512	0.596	0.646	0.477	0.955	-0.343	-0.323	-0.228	0.914
10	0.090	0.024	0.023	0.239	0.857	0.769	0.644	0.992	-0.316	-0.568	-0.479	0.999
11	0.364	0.400	0.300	0.350	0.319	0.418	0.300	0.932	-0.545	-0.603	-0.441	0.962
12	0.657	0.637	0.486	0.559	0.791	0.850	0.677	0.978	0.174	0.175	0.120	0.856
13	0.580	0.565	0.453	0.524	0.487	0.582	0.436	0.980	-0.266	-0.226	-0.160	0.949
14	0.658	0.623	0.475	0.548	0.657	0.727	0.551	0.927	-0.066	-0.012	-0.005	0.815
15	0.589	0.636	0.476	0.525	0.699	0.726	0.556	0.932	-0.095	-0.017	-0.008	0.865
16	0.558	0.603	0.442	0.521	0.442	0.483	0.345	0.815	-0.402	-0.354	-0.242	0.748
17	0.713	0.679	0.505	0.580	0.481	0.545	0.388	0.871	-0.194	-0.207	-0.138	0.780
18	0.341	0.290	0.227	0.420	0.845	0.880	0.727	0.926	-0.112	-0.123	-0.077	0.737
19	0.440	0.428	0.310	0.401	0.794	0.807	0.636	0.914	-0.123	-0.131	-0.084	0.751
20	0.672	0.678	0.508	0.582	0.678	0.728	0.552	0.878	-0.004	0.044	0.028	0.736
21	0.701	0.716	0.548	0.594	0.718	0.771	0.599	0.912	0.138	0.160	0.110	0.799
22	0.391	0.373	0.272	0.421	0.779	0.798	0.638	0.863	-0.180	-0.183	-0.120	0.701
23	0.433	0.339	0.257	0.414	0.724	0.817	0.630	0.921	-0.207	-0.199	-0.140	0.705
24	0.350	0.232	0.174	0.429	0.820	0.875	0.713	0.891	-0.181	-0.193	-0.135	0.662
25	0.637	0.634	0.467	0.530	0.753	0.784	0.604	0.871	0.067	0.061	0.040	0.658
26	0.045	0.049	0.041	0.262	0.630	0.647	0.499	0.999	-0.583	-0.711	-0.521	0.985
27	0.583	0.538	0.404	0.500	0.848	0.893	0.739	0.945	0.138	0.161	0.114	0.774
28	0.704	0.693	0.518	0.596	0.855	0.874	0.714	0.962	0.326	0.288	0.193	0.784

Ref. Hs = significant wave height, Tp = peak wave period, and s = wave steepness (slope); P = the Pearson correlation coefficient, S, K = the Spearman and Kendall rank correlation coefficients, and MIC = maximum information coefficient.

하였다(Kendall, 1938, 1945). 또한 국지적인 비선형 상관 분석이 가능한 MIC(maximum information coefficient; Reshef et al., 2011) 정보를 추정하여 분석에 이용하였다. 상관계수 추정결과는 Table 4에 제시하였다. MIC 상관계수는 ‘minerva’ 패키지에서 제공하는 mine() 함수를 이용하여 계산하였다(Albanese et al., 2012).

4. 토 론

4.1 분포 형태에 따른 분류

파형경사는 대부분이 뚜렷한 단봉(single peak, single-modal) 형태의 분포라기보다는 다봉(multi-peak, multi-modal) 분포 형태 또는 단봉 형태분포의 결합으로 형성되는 변곡형태를 가지는 분포 형태를 보이기 때문에 적절한 첨두 개수의 추정을 선행하고, 매개변수 추정이 진행되어야 한다. Cho(2021b)는 동해 연안 파형경사 분포를 GMD(3) 모형으로 제안하였으나, 본 연구에서 전체적으로 적절한 첨두 개수를 분류 관점에서 평가한 결과, GMD(2) 모형이 적합한 모델로 파악되었다. 파형경사 분포함수의 적합 수준은 다수의 정규분포를 조합하는 GMD(m) 모형을 사용하면 점차로 증가하지만, 매개변수 추정이 불안정해지거나, 수렴조건을 만족할 때까지 과도한 반복 연산이 요구되는 단점이 있다. 따라서 첨두의 개수 2개를 기준으로 3개, 4개 정도 수준으로 확장하여 분포 적합수준을 높이는 방법도 목적에 따라 필요할 것으로 판단된다.

한편 왜도 계수를 이용한 분포함수 형태 분석도 유효한 것으로 판단된다. 파형경사의 분포형태는 왜도로도 판단할 수 있는 바와 같이, S-14번 서귀포 정점을 제외하고는 전반적으로 ‘positive(right)-skewed’ 형태를 보이고 있는 것으로 파악되었다. 그림에서도 볼 수 있는 바와 같이 서귀포 정점을 제외하고는 ‘치우친’ 형태 관점에서는 대부분의 지점에서 낮은 파형경사가 우세하고, 높은 파형경사 부분은 긴 꼬리를 가지고 있는 것으로 파악되었다(Fig. 5). S14 정점과 다른 지점과의 두드러진 환경 특성 차이가 보이지 않기 때문에 이 정점의 파형경사 분포는 검토가능한 모든 변수 등을 고려하여 국지적인 측면에서 보다 상세한 검토가 필요할 것으로 판단된다. 한편 첨두의 편평(peak flatness) 정도 또는 첨두 개수의 관점에서 개략적인 형태를 보면, 하나의 첨두가 우세하게 드러나는 분포와 그 첨두 분포가 뭉개어지는, Cho(2021b) 논문에서 언급한 확률 고원(probability plateau) 또는 다수의 첨두로 구성되는 분포형태가 대등한 정도로 발생하고 있음을 알 수 있다. 첨두의 분리로 구성되는 multi-modal 분포 형태는 두드러진 파형경사의 발생빈도가 크기 때문으로, 작은 파형경사와 높은 파형경사 또는 다수의 동등하게 발생하는 다소 복잡하고, 혼합된 분포형태를 보이고 있음을 알 수 있다.

따라서 다수의 첨두를 반영하는 Gaussian Mixture 분포함수 추정이 가능하고, 실제로 최적 모델(분포함수) 선정 기준이 되는 AIC(Akaike information criteria), BIC(Bayesian

information criteria) 수치 관점에서 보다 다수의 첨두를 이용하는 분포함수가 분포함수 적합 측면에서는 우수한 것으로 판단되지만, 실질적인 측면에서 매개변수 추정에 과도한 반복 연산이 요구되고, 국지적으로 과도한 적합 형태를 보이고 있는 것으로 파악되어 본 연구에서는 첨두개수를 2개, 3개로 한정하여 비교 분석을 수행하였다. 각각의 조건에서 최적 추정된 매개변수 정보는 다음과 같다(Table 3).

4.2 파형경사와 파랑변수의 상관분석

파형경사 변수와 이를 생성하는 데 사용된 파고 및 주기 변수를 대상으로 상관계수를 분석하면, 어느 변수가 파형경사에 더 큰 영향을 미치는지와 그 영향의 유형을 판단할 수 있다.

Table 4에서 볼 수 있는 바와 같이 전반적으로 파고는 양의 상관을 가지고, 주기는 음의 상관을 가지는 것으로 파악되었으며, 비선형 상관(연관, association) 분석이 가능한 MIC 관점에서는 파고-주기 상관계수에 비하여, 파고-파형경사, 주기-파형경사 모두 높은 상관계수를 보이는 것으로 파악되었다. 수심의 영향은 전체적으로 미미한 수준으로 판단된다. 한편 그림(Fig. 4)에서 볼 수 있는 바와 같이 각각 상위 1%, 하위 1% 파형경사에 해당하는 지점을 파고-주기 scatter 도시에 중첩한 결과, 높은 파형경사는 파고-주기의 상한 경계 부분에 자리잡고 있으며, 낮은 파형경사는 하한 경계 부분에 위치하고 있음을 알 수 있다. 파고에 따른 일반적인 주기 증가 경향은 상한 경계 형성에 직접적으로 기여하고 있는 것으로 판단되며, 이 영역을 벗어나는 파형은 쇄파 등의 영향으로 사라지기 때문에 관측에서 감지되지 않는 것으로 판단할 수 있다.

5. 결론 및 제언

우리나라 연안의 파형경사 분포를 KMA 해상부이 자료를 이용하여 추정하였다. 후보 분포함수로는 Gaussian 혼합 분포함수를 이용하였으며, 매개변수 추정은 최우도법 기반의 EM 알고리즘을 사용하였다. 파형경사의 분포 추정에서 요구되는 혼합 함수의 개수는 분류 모형 개념을 이용하여 판단하였으며, 그 결과 2개가 최적으로 파악되었다.

이상의 조건에서 전체 28개 지점의 KMA 해상부이에서 제공하는 파랑정보를 이용하여 파형경사 변수를 생성하고, 그 자료를 대상으로 최적 매개변수를 추정하여 제시하였다. 최적 추정된 분포 형태는 공간적으로 유의미한 수준의 차이를 보이는 것으로 파악되었으며, 다수의 첨두를 가지는 분포 형태로 파악되었다. 대표적인 분포 형태는 2개의 첨두를 가지는 ‘right-skewed’ 분포 형태로 파악되었다. 폐쇄된 해역에서는 작은 파형경사가 우세하게 발생하고 있는 것으로 파악되었다.

파형경사와 파랑 정보의 상관분석 결과, 파형경사의 크기를 좌우하는 요소는 주기보다는 파고로 파악되었으며, 그 영

향 정도는 주기가 다소 낮게 나타나는 것으로 파악되었다. 또한 비선형 상관분석 결과로 보면 선형 상관계수보다 매우 크게 나타나고 있음을 알 수 있었다.

References

- Albanese, D., Filosi, M., Visintainer, R., Riccadonna, S., Jurman, G. and Furlanello, C. (2012). Minerva and minepy: a C engine for the MINE suite and its R, Python and MATLAB wrappers. *Bioinformatics*, 29(3), 407-408.
- Anju, T.M. and Kumar, V.S. (2023). Steepness of surface gravity waves measured in the eastern Arabian Sea during peak monsoon months. *Ocean Engineering*, 280, 114900.
- Arena, F., Soares, C.G. and Petrova, P. (2010). Theoretical analysis of average wave steepness related to peak period or to mean period. *Proceedings of the 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, 595-603.
- Benaglia, T., Chauveau, D., Hunter, D.R. and Young, D. (2009). Mixtools: An R package for analyzing finite mixture models. *Journal of Statistical Software*, 32(6), 1-29.
- Charrad, M., Ghazzali, N., Boiteau, V. and Niknafs, A. (2014). NbClust: An R package for determining the relevant number of clusters in a data set. *Journal of Statistical Software*, 61(6), 1-36.
- Cho, Y.J. (2021). Level III reliability design of an armor block of rubble mound breakwater using probabilistic model of wave height optimized for the Korean Sea wave conditions and non-Gaussian wave slope distribution. *Journal of Marine Science and Engineering*, 9(2), 223.
- Cho, Y.J. (2021). On the effects of non-Gaussian wave-slope distribution on the failure probability of an armour block of rubble mound breakwater. *Journal of Coastal Disaster Prevention*, 8(3), 165-179 (in Korean).
- Cho, Y.J. and Park, S.H. (2024). Deformation of wave slope distribution due to the presence of infra-gravity waves and its effect on shoreline motion. *Journal of Coastal Research, Special Issue* 116, 613-617.
- De Carlo, L.T. (1997). On the meaning and use of kurtosis. *Psychological Methods*, 2(3), 292-307.
- Guedes Soares, C., Cherneva, Z. and Antao, E.M. (2003). Steepness and asymmetry of the largest waves in storm sea states. *Ocean Engineering*, 31(10), 1147-1167.
- Guedes Soares, C., Cherneva, Z. and Antao, E.M. (2004). Abnormal waves during Hurricane Camille. *Journal of Geophysical Research*, 109(C8), C08008.
- Heineke, D. and Verhagen, H.J. (2009). On the use of the fictitious wave steepness and related surf-similarity parameter in methods that describe the hydraulic and structural response to waves. *Proceedings of the 2nd International Conference on Water, Energy, and Environment*, 93-104. World Scientific Publishing.
- Holthuijsen, L.H. (2007). *Waves in oceanic and coastal waters* (Chap. 5). Cambridge University Press.
- IAHR Working Group on Wave Generation and Analysis. (1989). List of sea-state parameters. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 115(6), 793-808.
- Jun, C.H. (2012). Data mining techniques (Section 13.4). Hannarae (in Korean).
- Kendall, M.G. (1938). A new measure of rank correlation, *Biometrika*, 30, 81-93.
- Kendall, M.G. (1945). The treatment of ties in rank problems. *Biometrika*, 33.
- Kerpen, N.B., Daemrich, K.F., Lojek, O. and Schlurmann, T. (2020). Effect of variations in water level and wave steepness on the robustness of wave overtopping estimation. *Journal of Marine Science and Engineering*, 8(2), 63.
- Kim, S.W., Suh, K.D., Lee, C.E. and Park, D.H. (2009). Reliability analyses of breakwater armor blocks of harbors in Korea. *Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers*, 21(1), 15-29 (in Korean).
- Lee, J.I. and Bae, I.R. (2020). Experimental study for wave transmission coefficients of submerged structure: I. Permeable type structure. *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, 40(5), 485-496.
- Mendes, D. and Oliveira, T.C.A. (2021). Deep-water spectral wave steepness offshore mainland Portugal. *Ocean Engineering*, 236, 109548.
- Millard, S.P. (2013). *EnvStats: An R package for environmental statistics*. Springer.
- Myrhaug, D. and Fouques, S. (2007). Discussion of "Distributions of wave steepness and surf parameter" by M. Aziz Tayfun. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 133(3), 242-243.
- Myrhaug, D. (2018). Some probabilistic properties of deep water wave steepness. *Oceanologia*, 60(2), 187-192.
- Myrhaug, D. and Kjeldsen, S.P. (1984). Parametric modelling of joint probability density distributions for steepness and asymmetry in deep water waves. *Applied Ocean Research*, 6(4), 207-220.
- Oh, I.S. (2008). *Pattern recognition* (Section 3.4). Kyobo Books (in Korean).
- Puspita, A.I.D., Thaha, M.A., Pallu, M.S. and Maricar, F. (2020). Effect of wave steepness to relative wave run-up on OWEC breakwater. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 419, 012117.
- R Core Team (2024). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Reshef, D., Reshef, Y., Finucane, H., Grossman, S., McVean, G., Turnbaugh, P., Lander, E., Mitzenmacher, M. and Sabeti, P. (2011). Detecting novel associations in large datasets. *Science*, 334(6062), 1518-1524.
- Stansell, P., Wolfram, J. and Zachary, S. (2003). Horizontal asymmetry and steepness distributions for wind-driven ocean waves from severe storms, *Applied Ocean Research*, 25, 137-155.
- Tayfun, M.A. (2006). Distributions of wave steepness and surf parameter. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*.

- neering, 132(1), 1-9.
- Taylor, P.K. and Yelland, M.J. (2001). The dependence of sea surface roughness on the height and steepness of the waves. *Journal of Physical Oceanography*, 31, 572-590.
- Toffoli, A., Babanin, A., Onorato, M. and Waseda, T. (2010). Maximum steepness of oceanic waves: Field and laboratory experiments. *Geophysical Research Letters*, 37, L05603.
- Toffoli, A., Lefevre, J.M., Bitner-Gregersen, E. and Monbaliu, J. (2005). Towards the identification of warning criteria: Analysis of a ship accident database. *Applied Ocean Research*, 27, 281-291.
- Westfall, P.H. (2014). Kurtosis as peakedness, 1905-2014. R.I.P. *The American Statistician*, 68(3), 191-195.
- World Meteorological Organization (WMO). (1998). Guide to wave analysis and forecasting (WMO-No. 702).
- Xiulan, J., Guizhen, Z. and Yuhua, P. (2008). A new probability distribution function of wave steepness. *Journal of Ocean University of China*, 7(3), 246-250.
-
- Received 24 February, 2025
Accepted 9 March, 2025