한국해안 · 해양공학회논문집/ISSN 1976-8192(Print), ISSN 2288-2227(Online)
Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers 34(4), pp. 93~99, Aug. 2022
https://doi.org/10.9765/KSCOE.2022.34.4.93

3차원 조파수조에서 바닥 조파장치에 의해 재현된 규칙파에 대한 해석적 연구
An Analytical Study of Regular Waves Generated by Bottom Wave Makers in a 3-Dimensional Wave Basin

정재상* · 이창훈**
Jae-Sang Jung* and Changhoon Lee**

요 지 : 본 연구에서는 바닥 조파장치가 설치된 3차원 조파수조에서 재현된 규칙파에 대한 해석해를 유도하였다. 바닥 조파장치로 삼각형 형상, 사각형 형상 및 두 형상이 복합된 형상이 적용되었다. 선형파 이론과 움직이는 바닥에 대한 경계조건, 동역학적 및 운동학적 자유수면 경계조건을 이용하여 조파수조 내의 3차원 속도포텐셜을 유도하였다. 그리고, 이로부터 각 방향 성분의 유속과 자유수면변위에 대한 해석해를 구하였다. 유도된 해석해는 바닥 조파장치가 설치된 조파수조에서 규칙파의 전파 특성에 대해 물리적으로 타당한 결과를 보였다. 바닥 조파장치가 snake 형태로 움직이는 경우의 비스듬히 전파하는 파랑의 조파에 대해서도 해석해를 유도하였으며, 해석 결과는 이론적으로 예측한 결과와 일치하였다.

핵심용어 : 바닥 조파장치, 해석해, 규칙파, 자유수면변위, 3차원 조파수조

Abstract : Analytical solutions for regular waves generated by bottom wave makers in a 3-dimensional wave basin were derived in this study. Bottom wave makers which have triangular, rectangular and combination of two shapes were adopted. The 3-dimensional velocity potential was derived based on the linear wave theory with the bottom moving boundary condition, kinematic and dynamic free surface boundary conditions in a wave basin. Then, analytical solutions of 3-dimensional particle velocities and free surface displacement were derived from the velocity potential. The solutions showed physically valid results for regular waves generated by bottom wave makers in a wave basin. The analytical solution for obliquely propagating wave generation from bottom wave maker which works like a snake was also derived. Numerical results of the solution agree well with theoretically predicted results.

Keywords : bottom wave maker, analytical solution, regular wave, free surface displacement, 3-dimensional wave basin

1. 서 론

최근 바닥의 움직임에 따른 파랑생성에 대해 많은 연구자들에 의해 연구가 수행되고 있다. Hammack(1973)은 수평인 바닥이 특정 시간동안 1회 움직이는 경우의 파랑생성에 대해 1차원 해석해 및 수리모형실험을 통해 연구하였다. Wu(1987)는 시간 흐름에 따른 바닥의 변형의 효과를 포함하는 Boussinesq 방정식을 제시하였다. Dutykh et al.(2006)은 Hammack(1973)이 제시한 해석해를 2차원으로 확장하였다. Nersisyan et al.(2015)은 수중의 바닥에 놓여진 물체가 움직일 때의 비선형 파랑 변형에 대해 BBM(Benjamin-Boan-Mahony) 방정식을 이용하여 연구하였다. Lu et al.(2017a, 2017b)은 경사진 바닥에서 수평한 바닥으로 특정시간 동안 1회 움직이는 경우의 자유수면변위의 변화에 대해 1차원 해석해와 Boussinesq 방정식을 이용한 수치모델 및 수리실험을 통해 검증하였다. Jung and Son(2018, 2021)은 Hammack(1973)의 해를 이용하여 두 지점에서 바닥이 시간 차이를 가지고 움직이는 경우의 자유수면변위 변화에 대해 연구하였다.

바닥 조파장치를 이용하여 규칙파를 조파하기 위한 연구는 Jung et al.(2018)이 Hammack(1973) 및 Lu et al.(2017a)의 기법과 유사한 기법을 이용한 1차원 해석해를 통해 삼각형 형상의 바닥조파장치가 규칙적으로 움직이는 경우에 대해 최초로 수행되었다. Mahjouri et al.(2021)은 고유함수전개법을 이용하여 2차원 속도포텐셜 및 1차원 자유수면변위에 대한 규칙파의 해석해를 유도하였다. Jung et al.(2022)은 Jung et al.(2018)과 동일한 기법으로 바닥 조파장치가 삼각형 및 사각형 형상으로 규칙적으로 움직이는 경우의 규칙파 발생에 대한 1차원 자유수면변위의 해석해를 유도하였

*한국농어촌공사 상주지사 차장(Deputy Director, Sangju District Office, Korea Rural Community Corporation)
**세종대학교 건설환경공학과 교수(Corresponding Author: Changhoon Lee, Professor, Department of Civil and Environmental Engineering, Sejong University, 209 Neungdong-ro, Gwangjin-gu, Seoul 05006, Korea. Tel: +82-3408-3294, clee@sejong.ac.kr)

으며, 바닥 움직임의 효과를 반영한 완경사방정식을 이용하여 검증하였다. Jung and Lee (2022)는 Jung et al.(2022)의 연구에 더해 2차원 속도포텐셜 및 유속의 해석해를 제시하였다.

본 연구에서는 Jung and Lee(2022)와 Jung et al.(2022)의 연구를 3차원으로 확장하였다. 선형파 이론과 움직이는 바닥에 대한 경계조건, 동역학적 및 운동학적 자유수면 경계조건을 이용하여 3차원 속도포텐셜 및 각 유속성분을 유도하였다. 그리고, 이로부터 2차원 자유수면변위를 도출하였다. 경사지게 입사하는 파랑의 조파를 위해 바닥 조파장치가 snake 형태로 움직이는 경우에 대해서도 2차원 자유수면 변위에 대한 해석해를 유도하였다.

2. 해석해의 유도

해석해 유도를 위한 좌표 및 변수는 Fig. 1과 같다. 고정된 수심은 h_0, 바닥 조파장치의 폭은 x 방향으로 b_1, y 방향으로 b_2이며, 바닥 조파장치의 진폭은 Δh_0로 나타내었으며, 바닥의 움직임을 표현하는 함수는 $\eta(x, y, t)$로 나타내었다.

바닥구동 조파수로의 수심은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$h = h_0 - \eta(x, y, t) = h_0 - \Delta h(x, y)\Lambda(t) \tag{1}$$

여기서, 바닥의 움직임을 표현하는 $\eta(x, y, t)$는 $\Delta h(x, y)\Lambda(t)$로 표현할 수 있는데 $\Delta h(x, y)$는 공간적으로 변화하는 바닥의 형상을 나타내며, $\Lambda(t)$는 시간이 흐름에 따른 바닥 움직임을 나타낸다.

선형파 이론에 따른 $x-y-z$ 3차원 공간에서 연속방정식과 선형의 움직이는 바닥에 대한 경계조건, 운동학적 자유수면 경계조건 및 동역학적 자유수면 경계조건은 다음과 같이 표현된다.

$$\nabla^2\phi(x, y, z, t) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial\phi(x, y, -h_0, x)}{\partial z} = \frac{\partial\eta(x, y, t)}{\partial t} = \xi(x, y, t) \tag{3}$$

$$\frac{\partial\phi(x, y, 0, t)}{\partial z} = -\frac{\partial\zeta(x, y, t)}{\partial t} \tag{4}$$

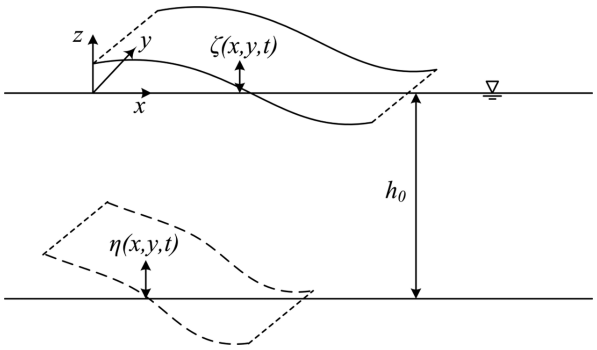


Fig. 1. Definition sketch of coordinate system and variables for bottom wave maker.

$$\frac{\partial\phi(x, y, 0, t)}{\partial z} + g\zeta(x, y, t) = 0 \tag{5}$$

여기서, g는 중력가속도를 나타내며, $\phi(x, y, z, t)$는 속도포텐셜, $\eta(x, y, t)$는 자유수면변위를 나타낸다. 식(4) 및 (5)와 같은 선형의 운동학적 및 동역학적 자유수면 경계조건은 다음 식과 같이 결합할 수 있다.

$$\frac{\partial\phi(x, y, 0, t)}{\partial z} + \frac{1}{g}\frac{\partial^2\phi(x, y, 0, t)}{\partial t^2} = 0 \tag{6}$$

시간에 대해 라플라스 변환(Laplace transform), 공간에 대해 푸리에 변환(Fourier transform)을 각각 적용하면 식(2), (3) 및 (6)은 다음 식과 같이 변환된다.

$$\frac{\partial^2\bar{\phi}(k_1, k_2, z, s)}{\partial z^2} - k_1^2\bar{\phi}(k_1, k_2, z, s) - k_2^2\bar{\phi}(k_1, k_2, z, s) = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial\bar{\phi}(k_1, k_2, -h_0, s)}{\partial z} = s\bar{\eta}(k_1, k_2, s) = \bar{\xi}(k_1, k_2, s) \tag{8}$$

$$\frac{\partial\bar{\phi}(k_1, k_2, 0, s)}{\partial z} + \frac{s^2}{g}\bar{\phi}(k_1, k_2, 0, s) = 0 \tag{9}$$

식(8) 및 (9)를 이용하여 식(7)을 해석하면 다음과 같은 3차원 속도포텐셜을 유도할 수 있다.

$$\bar{\phi}(k_1, k_2, z, s) = \frac{-g\bar{\xi}(k_1, k_2, s)}{(s^2+\omega^2)\cosh mh_0}\left(\cosh mz - \frac{s^2}{gm}\sinh mz\right) \tag{10}$$

여기서, 각진동수(angular frequency) ω는 수심 h_0와 2차원 파수(wave number) m에 대한 변수로 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\omega^2 = gm\tanh mh_0, \qquad m = \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \tag{11}$$

식(5)를 라플라스 및 푸리에 변환하고 초기조건($\phi(x, y, 0, 0) = 0$)을 적용하면, 다음 식이 유도된다.

$$\bar{\zeta}(k_1, k_2, s) = -\frac{s}{g}\bar{\phi}(k_1, k_2, 0, s) \tag{12}$$

식(10)과 식(12)를 이용하면 Dutykh et al.(2006)이 유도한 식과 동일한 다음과 같은 자유수면변위에 대한 관계식을 얻을 수 있다.

$$\bar{\zeta}(k_1, k_2, s) = \frac{s\bar{\xi}(k_1, k_2, s)}{(s^2+\omega^2)\cosh mh_0} \tag{13}$$

식(10)과 같은 형태로 표현된 속도포텐셜을 라플라스 및 푸리에 역변환하면 다음 식과 같다.

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\lim_{\Gamma\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{\mu-i\Gamma}^{\mu+i\Gamma} e^{-ik_1x}e^{-ik_2y}e^{st}\right.$$
$$\left.\cdot\frac{-g\bar{\xi}(k_1, k_2, s)}{(s^2+\omega^2)\cosh mh_0}\left(\cosh mz - \frac{s^2}{gm}\sinh mz\right)ds\right\}dk_1dk_2 \tag{14}$$

바닥에 대한 움직임은 다음과 같이 공간적인 형상과 시간적인 변화에 대한 항으로 구분하여 표현할 수 있다.

$$\eta(x, y, t) = \Delta h(x, y)\ \Lambda(t) \tag{15}$$

먼저 시간적인 변화에 대한 항 $\Lambda(t)$는 3차원 조파수조에서 바닥의 움직임에 의한 규칙파 재현이 목적이므로 다음과 같은 주기함수로 정의한다.

$$\Lambda(t) = \sin(\omega_0 t) \tag{16}$$

식(3)과 식(15)를 이용하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\xi(x, y, t) = \frac{d\eta(x, y, t)}{dt} = \Delta h(x, y)\frac{d\Lambda(t)}{dt} \tag{17}$$

식(17)을 라플라스 및 푸리에 변환하면 다음 식과 같다.

$$\bar{\xi}(k_1, k_2, s) = \overline{\Delta h}(k_1, k_2)\mathcal{L}\left\{\frac{d\Lambda(t)}{dt}\right\} \tag{18}$$

식(18)을 식(14)에 대입하면 다음과 같다.

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_1 x}e^{-ik_2 y}\left\{\lim_{\Gamma\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{\mu-i\Gamma}^{\mu+i\Gamma} e^{st}\frac{-g\overline{\Delta h}(k_1, k_2)}{(s^2+\omega^2)\cosh mh_0}\right.$$
$$\left.\cdot\mathcal{L}\left\{\frac{d\Lambda(t)}{dt}\right\}\left(\cosh mz - \frac{s^2}{gm}\sinh mz\right)ds\right\}dk_1 dk_2 \tag{19}$$

식(19)는 Jung and Lee(2022)와 동일한 방법으로 라플라스 역변환 할 수 있으며, 이는 다음 식과 같다.

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{X\omega_0}{m(\omega^2-\omega_0^2)}$$
$$\cdot\begin{bmatrix}(\omega^2\sinh mz + gk\cosh mz)\cos(\omega t)\\ -(\omega_0^2\sinh mz + gk\cosh mz)\cos(\omega_0 t)\end{bmatrix}dk_1 dk_2 \tag{20}$$

여기서,

$$X = \frac{\overline{\Delta h}(k_1, k_2)e^{-ik_1 x}e^{-ik_2 y}}{\cosh mh_0} \tag{21}$$

식(20)을 각 방향으로 미분하면 각 방향의 유속을 구할 수 있으며, 이는 다음과 같다.

$$U(x, y, z, t) = \frac{-i}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{k_1 X\omega_0}{m(\omega^2-\omega_0^2)}$$
$$\cdot\begin{bmatrix}(\omega^2\sinh mz + gk\cosh mz)\cos(\omega t)\\ -(\omega_0^2\sinh mz + gk\cosh mz)\cos(\omega_0 t)\end{bmatrix}dk_1 dk_2 \tag{22}$$

$$V(x, y, z, t) = \frac{-i}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{k_2 X\omega_0}{m(\omega^2-\omega_0^2)}$$
$$\cdot\begin{bmatrix}(\omega^2\sinh mz + gk\cosh mz)\cos(\omega t)\\ -(\omega_0^2\sinh mz + gk\cosh mz)\cos(\omega_0 t)\end{bmatrix}dk_1 dk_2 \tag{23}$$

$$W(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{X\omega_0}{(\omega^2-\omega_0^2)}$$
$$\cdot\begin{bmatrix}(\omega^2\cosh mz + gk\sinh mz)\cos(\omega t)\\ -(\omega_0^2\cosh mz + gk\sinh mz)\cos(\omega_0 t)\end{bmatrix}dk_1 dk_2 \tag{24}$$

식(5) 및 (20)을 이용하면 다음과 같은 자유수면변위를 구할 수 있다.

$$\zeta(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{X\omega_0}{\omega^2-\omega_0^2}$$
$$\cdot[\omega\sin(\omega t) - \omega_0\sin(\omega_0 t)]dk_1 dk_2 \tag{25}$$

3. 바닥조파장치를 이용한 파랑 조파

3.1 바닥조파장치의 형상함수

바닥조파장치의 형상은 수학적으로 정의할 수 있다. 조파장치가 x 축 방향으로는 삼각형형상, y 축 방향으로는 사각형형상인 경우를 생각할 수 있다. x 축 방향으로 조파판의 폭은 b_1, y 축 방향으로 조파판의 폭은 b_2로 정의하고, 조파판의 최대 진폭은 Δh_0라 정의한다. 바닥조파장치의 형상은 Fig. 2를 참고할 수 있다. x 축 방향으로는 삼각형형상, y 축 방향으로는 사각형 형상인 경우(Fig. 2a) 바닥의 형상함수는 다음과 같다.

$$\Delta h(x, y) = \begin{cases}\Delta h_0\left(1-\dfrac{2|x|}{b_1}\right)H\left(\dfrac{b_2^2}{4}-y\right), & |x|\le\dfrac{b_1}{2}\\ 0, & |x|>\dfrac{b_2}{2}\end{cases} \tag{26}$$

속도포텐셜이나 유속, 자유수면변위 등을 해석하기 위해서는 형상함수의 푸리에 변환한 형태를 알아야 한다. 식(26)을 푸리에 변환하면 다음과 같다.

$$\overline{\Delta h}(k_1, k_2) = \frac{\Delta h_0 b_1\sin(k_2 b_2/2)}{k_2}\left[\frac{\sin(k_1 b_1/4)}{k_1 b_1/4}\right]^2 \tag{27}$$

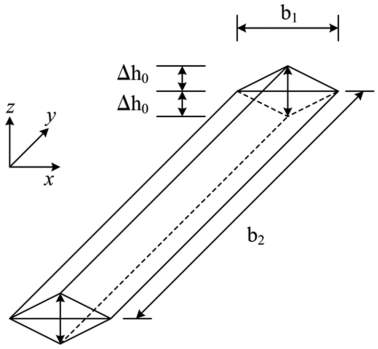
조파장치가 x 축 및 y 축 방향으로 모두 사각형 형상인 경우(Fig. 2b) 바닥의 형상함수와 푸리에 변환한 형태는 다음 식과 같다.

$$\Delta h(x, y) = H\left(\frac{b_1^2}{4}-x\right)H\left(\frac{b_2^2}{4}-y\right) \tag{28}$$

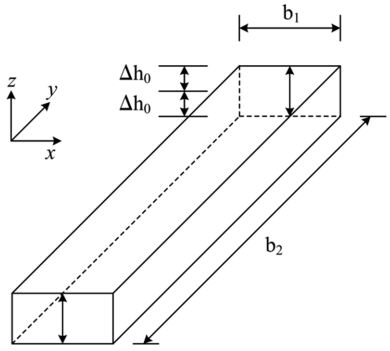
$$\overline{\Delta h}(k_1, k_2) = \frac{4\Delta h_0\sin(k_1 b_1/2)\sin(k_2 b_2/2)}{k_1 k_2} \tag{29}$$

조파장치가 x 축 및 y 축 방향으로 모두 삼각형 형상인 경우(Fig. 2c) 바닥의 형상함수와 푸리에 변환한 형태는 다음 식과 같다.

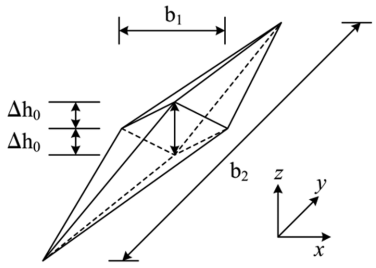
$$\Delta h(x, y) = \begin{cases}\Delta h_0\left(1-\dfrac{2|x|}{b_1}\right)\left(1-\dfrac{2|y|}{b_2}\right), & |x|\le\dfrac{b_1}{2}\ \text{and}\ |y|\le\dfrac{b_2}{2}\\ 0, & |x|>\dfrac{b_1}{2}\ \text{or}\ |y|>\dfrac{b_2}{2}\end{cases} \tag{30}$$



(a) combined shape of triangular and rectangular bottom wave maker



(b) rectangular bottom wave maker



(c) triangular bottom wave maker

Fig. 2. Shapes of bottom wave makers.

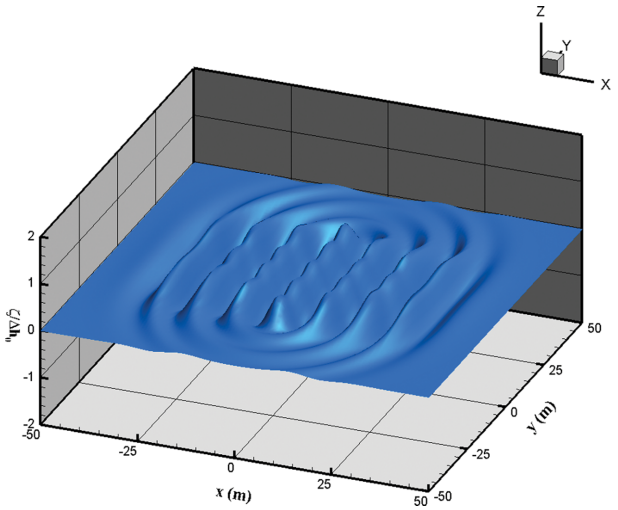


Fig. 3. Free surface displacement of bottom wave maker which has combined triangular and rectangular shapes ($t = 4T$).

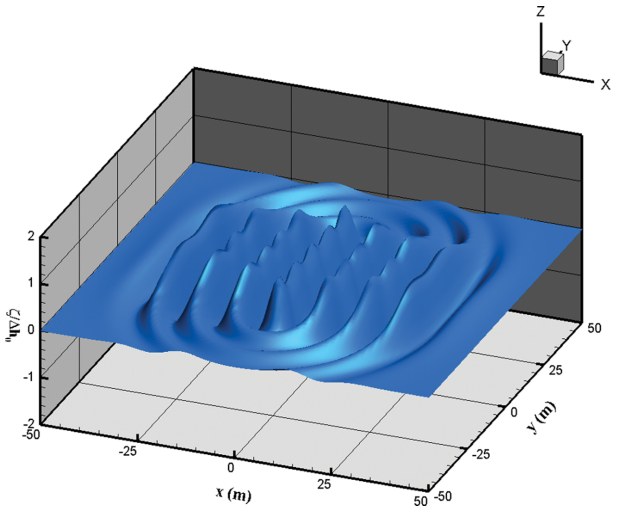


Fig. 4. Free surface displacement of bottom wave maker which has rectangular shape ($t = 4T$).

$$\overline{\Delta h}(k_1, k_2) = \frac{\Delta h_0 b_1 b_2}{4}\left[\frac{\sin(k_1 b_1/4)\sin(k_2 b_2/4)}{k_1 b_1 k_2 b_2/16}\right]^2 \tag{31}$$

3.2 수치해석 결과

본 연구에서는 바닥조파장치의 형상에 따른 규칙파의 생성에 대해 수치적으로 계산하였다. 식(25)로 표현된 자유수면변위는 사다리꼴 방법이나 4차 Runge-Kutta 방법 등을 통해 수치적으로 적분할 수 있다. 바닥조파장치의 형상은 Fig. 2와 같이 x 축 방향으로는 삼각형형상, y 축 방향으로는 사각형형상인 경우, x 축 및 y 축 방향으로 모두 사각형 형상인 경우 및 x 축 및 y 축 방향으로 모두 삼각형 형상인 경우에 대해 검토하였다. 수치해석을 위한 계산 영역은 x 축 및 y 축 방향으로 각각 –50 m에서 50 m 영역으로 설정하였으며, 수심은 1.0 m로 가정하였다. 바닥 조파기의 구동 주기는 3.39초로 1.0 m 수심에서 파장이 10 m인 경우에 해당한다. 조파판의 최대진폭 Δh_0는 0.1 m를 적용하였다. 조파판의 x 축 방향 길이 b_1은 목표 파장의 1/4인 2.5 m를 적용하였으며, x 축 방향 길이 b_2는 파장의 5배인 50 m를 적용하였다. 공간적인 계산간격(Δx, Δy)은 1.0 m이다. 수치적분을 위한 dk_1 및 dk_2는 각각 $\pi/500$을 적용하였다.

수치해석 결과는 Fig. 3-5에 각각 나타내었다. 파닥 조파기의 최대 진폭(Δh_0)으로 무차원화된 자유수면변위를 나타낸 시간(t)은 조파 시작 후 4주기가 지난 시점(13.56초)이다. Fig. 3은 x 축 방향으로는 삼각형형상, y 축 방향으로는 사각형형상인 경우의 자유수면변위를 나타낸 그림이다. 조파판 x 축 양쪽 방향으로 파랑이 전파하는 것을 확인할 수 있다. 반면 y 축 방향 조파판 끝부분에서는 위, 아래 방향으로 회절파가 형성이 된 것을 확인할 수 있다. y 축 방향 조파판 끝부분에서 발생한 회절에 의해 조파판 x 축 방향으로 형성된 파랑의 파봉의 높이가 진동하는 형태로 나타났다. Jung et al.(2021)

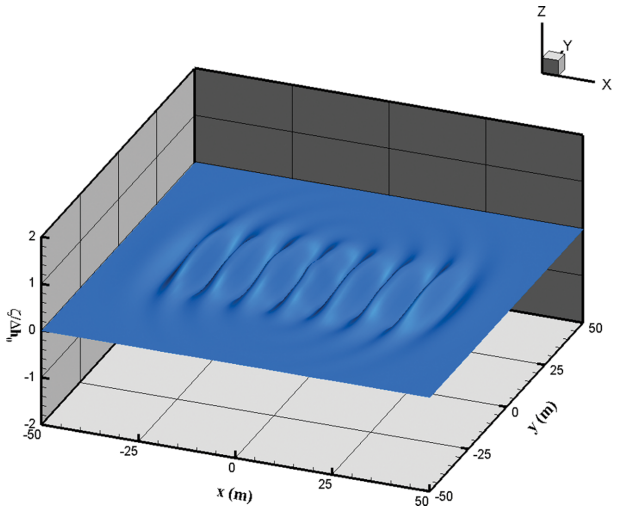


Fig. 5. Free surface displacement of bottom wave maker which has triangular shape ($t = 4T$).

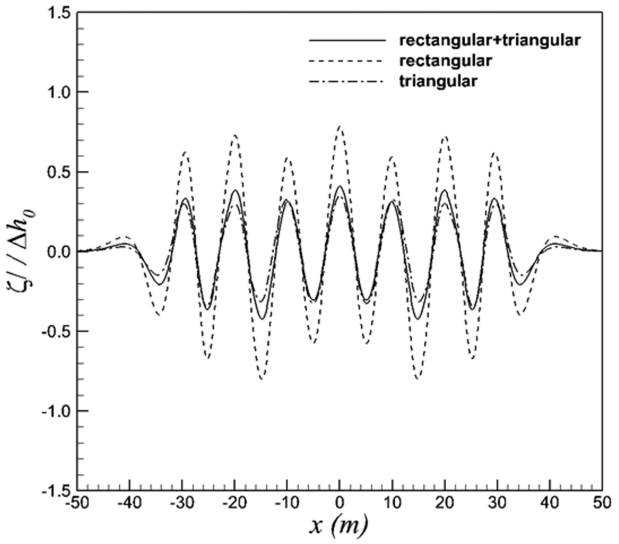


Fig. 6. Relative free surface displacement in accordance with the shapes of bottom wave maker ($t = 4T$, $y = 0$).

및 Jung and Lee(2021)가 해석한 반무한방파제 및 이안제의 회절에서도 이와 유사한 진동 패턴이 나타나는 것을 확인할 수 있다. Fig. 4는 조파장치가 x 축 및 y 축 방향으로 모두 사각형 형상인 경우로 Fig. 3에 비해 더욱 강한 파랑이 형성된 것을 확인할 수 있다. 사각형 형상 조파기의 경우 바닥에서 움직이는 유체의 체적이 삼각형과 사각형이 복합된 형상의 2배이기 때문에 그만큼 큰 파랑이 생성되었다. Fig. 5는 파장치가 x 축 및 y 축 방향으로 모두 삼각형 형상인 경우로 가장 약한 파랑이 생성되었다. 양쪽 방향으로 모두 삼각형 형상이기 때문에 조파판 중앙 부근에서만 파랑이 형성되었고, 사방으로 전파하면서 파고가 감소하는 경향을 보였다.

Fig. 6에서는 $y = 0$ 일 때 x 축 방향에서 조파장치의 형상에 따른 상대 자유수면변위($\zeta/\Delta h_0$)를 도시하였다. 3차원 조파수조에서도 전반적으로 정현파형 파랑을 적절하게 조파하였다. 하지만, y 축 방향으로 조파를 하지 않음으로 인해 발생한 회절 때문에 파랑의 진폭이 일정하지 않았다. 다만 삼각형 형상의 조파장치를 이용해서 조파를 했을 때는 생성된 파랑의 진폭이 비교적 일정하였다.

4. 비스듬히 전파하는 파랑의 조파

4.1 자유수면 변위의 유도

일반적으로 3차원 조파수조에서는 모형의 회전이 쉽지 않기 때문에 구조물에 경사지게 입사하는 파랑을 재현할 필요가 있다. 본 장에서는 바닥 조파장치가 시간이 흐름에 따라 snake 형태로 움직일 경우 파랑 조파에 대해 검토하였다. 먼저 Fig. 2(a)와 같은 형태를 갖는 바닥 조파장치가 snake 형태로 움직이는 경우 바닥의 움직임은 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\eta(x, y, t) = \begin{cases} \Delta h_0\left(1 - \dfrac{2|x|}{b_1}\right) H\left(\dfrac{b_2^2}{4} - y\right) \sin(\omega_0 t + \alpha y), & |x| \le \dfrac{b_1}{2} \\ 0, & |x| > \dfrac{b_2}{2} \end{cases} \tag{32}$$

여기서, α는 바닥 조파장치의 y 축을 따라 변화하는 위상 변화율이다. 식(32)는 $|x| \le \dfrac{b_1}{2}$인 조건에서 다음 식과 같이 2개의 형상함수와 시간항을 포함하는 수식으로 나누어 쓸 수 있다.

$$\eta(x, y, t) = \Delta h_1(x, y) \Lambda_1(t) + \Delta h_2(x, y) \Lambda_2(t) \tag{33}$$

$$\Delta h_1(x, y) = \Delta h_0\left(1 - \frac{2|x|}{b_1}\right) H\left(\frac{b_2^2}{4} - y\right) \cos \alpha y \tag{34}$$

$$\Delta h_2(x, y) = \Delta h_0\left(1 - \frac{2|x|}{b_1}\right) H\left(\frac{b_2^2}{4} - y\right) \sin \alpha y \tag{35}$$

$$\Lambda_1(t) = \sin \omega_0 t, \qquad \Lambda_2(t) = \cos \omega_0 t \tag{36}$$

식(34) 및 (35)를 Fourier 변환하면 다음과 같다.

$$\overline{\Delta h_1}(k_1, k_2) = \frac{\Delta h_0 b_1 k_2}{k_2^2 - \alpha^2}\left[\frac{\sin(k_1 b_1/4)}{k_1 b_1/4}\right]^2 \cdot\left[\cos\frac{\alpha b_2}{2}\sin\frac{k_2 b_2}{2} - \frac{\alpha}{k_2}\sin\frac{\alpha b_2}{2}\cos\frac{k_2 b_2}{2}\right] \tag{37}$$

$$\overline{\Delta h_2}(k_1, k_2) = \frac{\Delta h_0 b_1 k_2}{i(k_2^2 - \alpha^2)}\left[\frac{\sin(k_1 b_1/4)}{k_1 b_1/4}\right]^2 \cdot\left[\sin\frac{\alpha b_2}{2}\cos\frac{k_2 b_2}{2} - \frac{\alpha}{k_2}\cos\frac{\alpha b_2}{2}\sin\frac{k_2 b_2}{2}\right] \tag{38}$$

식(36)과 같은 시간항은 Jung and Lee(2022)가 제시한 것과 같이 식(13)에 대입한 후 라플라스 역변환을 통해 해석할 수 있다. 식(36)을 식(13)에 대입한 후 s에 대한 항만 모아서 라플라스 역변환하면 다음과 같은 식이 된다.

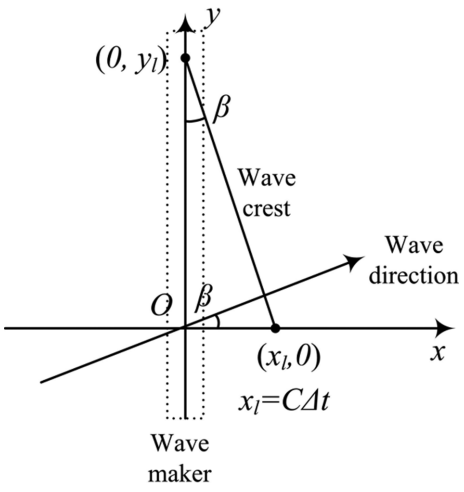


Fig. 7. Geometric illustration of wave direction of bottom wave maker in a wave basin.

$$\lim_{\Gamma\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{\mu-i\Gamma}^{\mu+i\Gamma}e^{st}\frac{s}{(s^2+\omega^2)}\mathcal{L}\left\{\frac{d\Lambda_1(t)}{dt}\right\}ds$$

$$=\frac{\omega_0}{\omega^2-\omega_0^2}[\omega\sin(\omega t)-\omega_0\sin(\omega_0 t)] \tag{39}$$

$$\lim_{\Gamma\to\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_{\mu-i\Gamma}^{\mu+i\Gamma}e^{st}\frac{s}{(s^2+\omega^2)}\mathcal{L}\left\{\frac{d\Lambda_2(t)}{dt}\right\}ds$$

$$=\frac{\omega_0^2}{\omega^2-\omega_0^2}[\cos(\omega t)-\cos(\omega_0 t)] \tag{40}$$

식(9)와 식(37)-(40)을 2장의 과정을 거쳐서 정리하면 다음과 같은 자유수면변위를 유도할 수 있다.

$$\zeta(x,y,t)=\frac{\omega_0}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{X_1}{\omega^2-\omega_0^2}[\omega\sin(\omega t)-\omega_0\sin(\omega_0 t)]\right.$$

$$\left.+\frac{X_2\omega_0}{\omega^2-\omega_0^2}[\cos(\omega t)-\cos(\omega_0 t)]\right\}dk_1dk_2 \tag{41}$$

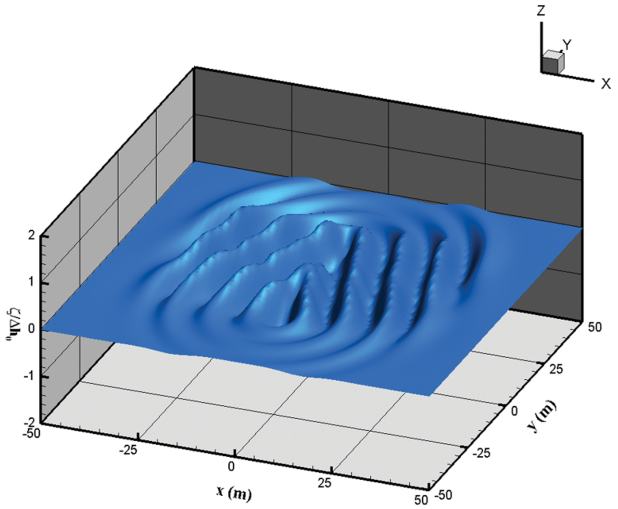
$$X_1=\frac{\overline{\Delta h_1}(k_1,k_2)e^{-ik_1x}e^{-ik_2y}}{\cosh mh_0} \tag{42}$$

$$X_2=\frac{\overline{\Delta h_2}(k_1,k_2)e^{-ik_1x}e^{-ik_2y}}{\cosh mh_0} \tag{43}$$

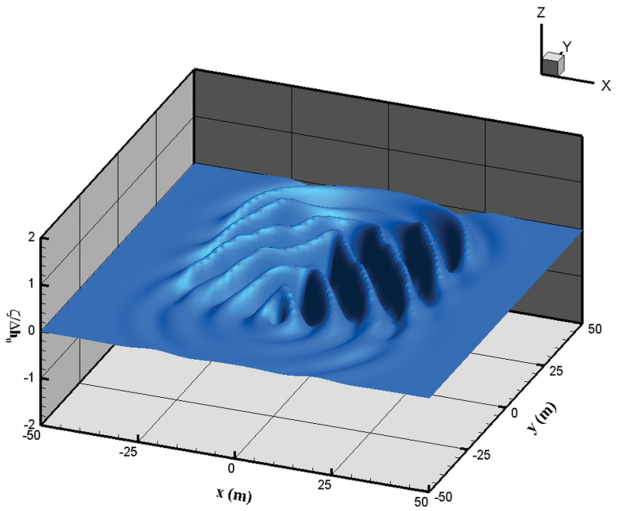
4.2 비스듬히 전파하는 파랑 조파 해석

파랑의 진행 각도와 y 축을 따르는 위상변화율 α와의 관계는 Fig. 7을 이용해서 구할 수 있다. Fig. 7에서 C는 파속을 의미하며, x_l은 Δt초 동안 x 축을 따라 파랑이 이동한 거리를 뜻한다. y_l은 Δt초 후에 파랑이 출발하는 y 값을 나타낸다. $y=y_l$인 지점에서 Δt초 후의 위상은 $y=0$인 지점에서 $\Delta t=0$일 때 위상과 같다.

$$\sin[\omega_0(t+\Delta t)+\alpha y_l]=\sin\omega_0 t \tag{44}$$



(a) $\beta = 15°$



(b) $\beta = 30°$

Fig. 8. Generation of obliquely propagating waves with bottom wave maker ($t=4T$).

$$\alpha=-(\omega_0\Delta t)/y_l \tag{45}$$

파랑의 진행 각도와 파속에 대한 관계식은 다음과 같다.

$$\tan\beta=\frac{C\Delta t}{y_l} \tag{46}$$

식(45)와 (46)을 이용해서 정리하면 다음 식이 성립한다.

$$\alpha=-k_0\tan\beta \tag{47}$$

식(41) 및 (45)는 다음과 같은 선형의 분산관계식을 만족한다.

$$\omega_0^2=gk_0\tanh k_0h_0 \tag{48}$$

여기서, ω_0는 바닥 조파장치의 각진동수, k_0는 바닥 조파장치의 파수를 각각 뜻한다.

비스듬히 경사지게 전파하는 파랑 조파에 대해 수치해석을 통해 검토하였다. 파랑의 입사각(β)은 15도 및 30도로 설정하였다. 입사각이 15도와 30도인 경우의 결과는 Fig. 8(a)

및 Fig. 8(b)에 각각 나타내었다. 입사각이 15도인 경우 α는 −0.1684이며, 30도인 경우 α는 −0.3628이다. 식(47)과 같은 관계식을 적용한 해석해를 이용해 재현한 파랑의 전파각도는 목표로 했던 파랑의 전파각과 거의 일치하게 나타났다.

5. 결 론

본 연구에서는 선형파 이론과 움직이는 바닥 경계조건, 운동학적 및 동역학적 자유수면 경계조건을 이용하여 삼각형 형상, 사각형 형상 및 두 형상이 복합된 바닥 조파장치가 설치된 3차원 수조에서의 3차원 속도포텐셜 및 각 유속성분, 그리고 자유수면변위에 대한 해석해를 제시하였다. 제시된 해석해는 수치적분을 통해 계산할 수 있다. 수치해석을 통한 검토 결과 x 축 및 y 축 방향으로 모두 사각형 형상인 경우 생성된 파랑의 진폭이 가장 크게 나타났고, x 축 및 y 축 방향으로 모두 삼각형 형상인 경우 파랑의 진폭이 가장 작았다. 유도된 해석해는 3차원 효과 중의 하나인 조파판의 y 축 방향 끝단에서 x 축 및 y 축 방향으로 생성된 파랑의 진폭 차이에 의한 회절 현상도 적절히 보여주었다. 바닥 조파장치가 snake 형태로 움직여 비스듬히 전파하는 파랑의 조파에 대해서도 해석해를 유도하였다. 수치해석 결과 본 연구에서 예측한 대로 비스듬히 전파하는 파랑이 적절한 입사각으로 조파됨을 확인할 수 있었다. 본 연구에서 유도된 식은 3차원 조파수조에서 향후 바닥 조파장치를 이용한 실험을 하기 전에 재현될 파랑의 제원 및 유속을 예측하거나, 바닥의 움직임에 따른 파랑의 생성을 재현할 수 있는 2차원 및 3차원 수치모델의 정확도 검증 등에 활용될 수 있을 것으로 생각된다.

감사의 글

본 연구는 국토교통부 국토교통기술촉진연구사업의 연구비 지원(과제번호: 22CTAP-C164367-02)에 의해 수행되었습니다.

References

Dutykh, D., Dias, F. and Kervella, Y. (2006). Linear theory of wave generation by a moving bottom. Comptes Rendus Mathematique, 343(7), 499-504.

Hammack, J.L. (1973). A note on tsunamis: their generation and propagation in an ocean of uniform depth. Journal of Fluid Mechanics, 60(4), 769-799.

Jung, J.-S., Pham, V.K. and Lee, C. (2018). A study of performance of bottom moving wave maker: comparison of analytical solution and numerical analysis. Proceeding of the Korean Association of Ocean Science and Technology, Jeju ICC, Rep. of Korea, 54-57 (in Korean).

Jung, J.-S. and Lee, C. (2021). Spatial variation of wave force acting on a vertical detached breakwater considering diffraction. Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, 33(6), 275-286 (in Korean).

Jung, J.-S. and Lee, C. (2022). Development of analytical solutions on velocities of regular waves generated by bottom wave makers in a flume. Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, 34(3), 58-71 (in Korean).

Jung, J.-S., Lee, C. and Park, Y.-S. (2021). Variation of wave forces along a semi-infninite breakwater due to wave diffraction. Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering, 147(5), 04021028.

Jung, J.-S., Lee, C., Tran, M.T. and Park, Y.-S. (2022). Wave generation with bottom wave maker using analytical method and mild-slope equation. Ocean Engineering (under review).

Jung, T. and Son, S. (2018). Propagation of tsunamis generated by seabed motion with time-history and spatial-distribution: an analytical approach. Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, 30(6), 263-269 (in Korean).

Jung, T. and Son, S. (2021). Active tsunami generation by tectonic seafloor deformation of arbitrary geometry considering rupture kinematics. Wave Motion, 100, 102683.

Lu, H., Park, Y.S. and Cho, Y.-S. (2017a). Modelling of long waves generated by bottom-tilting wave maker. Coastal Engineering, 122, 1-9.

Lu, H., Park, Y.S. and Cho, Y.S. (2017b). Investigation of long waves generated by bottom-tilting wave maker. Coastal Engineering Journal, 59(04), 1750018.

Mahjouri, S., Shabani, R., Badiei, P. and Rezazadeh, G. (2021). A bottom mounted wavemaker in water wave flumes. Journal of Hydraulic Research, 59(4), 663-669.

Nersisyan, H., Dutykh, D. and Zuazua, E. (2015). Generation of 2D water waves by moving bottom disturbances. IMA Journal of Applied Mathematics, 80(4), 1235-1253.

Wu, T.Y.T. (1987). Generation of upstream advancing solitons by moving disturbances. Journal of Fluid Mechanics, 184, 75-99.

Received 10 July, 2022
Accepted 3 August, 2022