### 연안교량에 작용하는 지진해일파력에 관한 수치시뮬레이션(고립파의 경우)

# Numerical Simulation for Tsunami Force Acting on Onshore Bridge (for Solitary Wave)

이광호\* · 우경환\*\* · 김도삼\*\*\* · 정익한\*\* Kwang-Ho Lee\*, Kyung-Hwan Woo\*\*, Do-Sam Kim\*\*\* and Ik-Han Jeong\*\*

요 지:본 연구에서는 Navier-Stokes solver에 기초한 3차원혼상류해석법인 TWOPM-3D를 적용하여 고립파와 연안교량과의 상호작용을 수치해석적으로 수행하였다. 이 때, 고립파는 수치파동수로에서 수치조파되었고, 작용파력의타당성은 본 수치해석결과와 기존의 실험결과와의 비교·분석으로부터 검증되었다. 이로부터 고립파의 파고, 교량의종류와 위치 및 거더 수 등의 변화에 따른 수위변화와 유속변화를 포함하여 수평파력과 연직파력(연직상방파력과 연직하방파력)의 변동특성을 면밀히 검토하였다. 거더교의 경우 입사파고의 증가에 따라 수평파력과 연직파력의 각최대치는 증가하는 경향을 나타낸 반면, 거더 수의 변화에 따라서는 서로 상이한 변동특성을 나타내었으며, 연직파력에 수중에 연행되는 공기가 큰 영향을 미치는 것 등을 결과로부터 알 수 있었다.

핵심용어: 연안교량, 고립파, TWOPM-3D, 수평파력, 연직파력

Abstract: Present work shows a numerical method to analysis of interaction analysis between solitary wave and onshore bridge. Numerical simulation is carried out by TWOPM-3D (three-dimensional one-field model for immiscible two-phase flows), which is based on Navier-Stokes solver. To do this, the solitary wave is generated numerically in numerical wave channel, and numerical results and experimental results were compared and analyzed in order to verify the applicability of force acting on an onshore bridge. From this, we discussed precisely the characteristics of horizontal and vertical forces (uplift and downward forces) changes including water level and velocity changes due to the variation of solitary wave height, water depth, onshore bridge's location and type, and number of girder. Furthermore, It is revealed that the maximum horizontal and vertical forces acting on the girder bridge show different varying properties according to the number of girder, although each maximum force acting on the girder bridge is proportional to the increasement of incident solitary wave height, and the entrained air in the fluid flow affects the vertical force highly.

Keywords: onshore bridge, solitary wave, TWOPM-3D, horizontal force, vertical force

#### 1. 서 론

2004년 12월 26일 발생한 규모 M9.1의 인도네시아 슈마트라 지진해일에 의해 수 많은 인명피해뿐만 아니라 항만, 도로, 교량 등을 포함한 중요한 사회간접자본시설들이 파괴되었고, 연안저지대에서의 침수·범람으로 엄청난 재산피해가 발생하였다. 특히, 슈마트라섬 북부 서해안 도로에서는 약250 km 구간에 설치된 168개의 교량 중에 81개가 유실되거나 심각한 파괴가 발생한 것으로 보고되어 있다(Unjoh, 2007). 이후의 대표적인 지진해일로 2010년 2월 27일 발생한 규모 M8.8의 칠레지진에 의한 지진해일, 2011년 3월 11일 발생한 규모 M9.0의 동일본대지진에 의한 지진해일 등이 잘 알려져

있으며, 보고에 따르면 동일본대지진에 의한 지진해일 시에 도 300개 이상의 교량이 유실되었고(Kawashima, 2012), 당시에 유실된 교량의 모습을 Photo 1에 일례로 나타낸다.

근래에도 세계적으로 해저지진 및 그에 따른 지진해일의 발생빈도가 급증하고 있으며, 진원지 부근에서는 장주기 형태를 갖는 지진해일이 발생하고, 연안으로 접근함에 따라 얕아지는 수심의 영향으로 파고가 증가하여 연안교량뿐만 아니라 항만시설 및 제방 등의 사회간접지본시설 및 방재시설 등을 파괴시켜 사회·경제 활동에 심각한 피해를 야기한다.

지금까지 지진해일에 의한 연안교량의 피해상황으로부터 지 진해일로 연안교량이 유실되거나 파괴되는 명확한 원인을 규 명하기 위해서는 연안교량에 작용하는 지진해일파력을 파악

<sup>\*</sup>가톨릭관동대학교 에너지자원플랜트공학과(Dept. of Energy Resources and Plant Eng., Catholic Kwandong University)

<sup>\*\*</sup>한국해양대학교 대학원 토목환경공학과(Dept. of Civil Eng., Korea Maritime and Ocean University)

<sup>\*\*\*</sup>한국해양대학교 건설공학과(Corresponding author: Do-Sam Kim, Dept. of Civil Eng., Korea Maritime and Ocean Univ., 727 Taejong-ro, Yeongdo-ku, Busan, 49112, Korea, Tel: +82-51-410-4463, Fax: +82-51-403-0656, kimds@kmou.ac.kr)





Photo 1. Bridges washed out by the tsunami generated by the Tohoku Earthquake in Japan in 2011 (http://www.theatlantic.com).

하는 것이 대책이라는 관점에서 매우 중요한 요소라고 판단 된다. 지진해일은 지형적인 요소와 결부되면서 지진해일은 수 심이 깊은 경우에는 고립파로, 수심이 얕은 경우는 단파로 연 안에 도달하기 때문에 지진해일과 연안교량으로 대표되는 구 조물과의 상호작용해석에서는 단파 혹은 고립파로 근사될 수 있다(Ramsden, 1993). 여기서, 연안교량에 작용하는 지진해 일파력에 대한 연구는 2004년 인도양지진해일 시에 다수의 교량이 유실되는 피해를 입은 이후 본격적으로 수행되었다. 예로, Iemura et al.(2005), Shoji and Moriyama(2007) 등은 당시 교량의 피해정도 및 교량의 안정성에 대해, Araki(2010a, b) 등은 실험에 기초하여 교량에 작용하는 지진해일파력에 대해, Shoji et al.(2009)은 지진해일파력의 분류에 대해, Shigihara et al.(2010)은 지진해일파력과 교량의 안전율에 대 해 각각 연구를 수행하였다. 특히, Shoji et al.(2010)은 쇄파 단파의 작용하에 교량에 작용하는 수평 및 연직방향의 지진 해일파력의 연구를 수행하였다. 한편, 지진해일파력의 수치해 석에서는 대부분이 고정도의 수치해석법으로 알려진 Navier-Stokes 운동방정식과 VOF(Hirt and Nichols, 1981)법을 병 용하는 수법 혹은 SPH(Smoothed-Particle Hydrodynamics) 법 등을 적용하고 있다. 이에 대한 연구사례로 Arikawa et al.(2005), Xiao and Huang(2008), Shigihara et al.(2010), Nakamura et al.(2013), Tanabe et al.(2013), Yim and Azadbakht(2013), Bricker and Nakayama(2014) 및 Xu (2015) 등의 다수를 들 수 있다. 이들의 대부분은 수치결과 를 실험결과와 비교하여 수치해석의 유용성을 확인하고 있다. 또한, 지진해일파력의 수치해석에 Navier-Stokes solver에 기 초한 혼상류해석법으로부터 지진해일과 교량의 상호작용을 해 석한 연구사례도 있으며, 이에 대해서는 항력과 관성력을 고 려한 Morison 식으로부터 고립파에 의한 지진해일파력을 추 정한 Kim et al.(2016), 단파와 연안교량과의 상호작용해석으 로부터 단파강도와 거더교(girder bridge)에서 거더의 수에 따 른 작용파력 등을 해석한 Lee et al.(2017), 단파의 전파과정 에서 발생하는 공기의 혼입이 파력에 미치는 영향을 검토한

Murakami et al.(2013) 및 교량에 작용하는 단파에 의한 파력의 분류에 대한 Lau et al.(2011) 등을 들 수 있다. 한편, 연안교량에 작용하는 파력의 저감을 위한 연구도 수행되어 왔으며, 이에 대한 연구사례로 교량테크의 상부 패러핏에 구멍을 설치하여 수평파력을 감소시키는 방법(Lau et al., 2010), 교량데크에 에어벤트(airvent)를 설치하여 연직파력을 감소시키는 방법(Bozorgnia et al., 2011), 교량 전면부에 페어링 (fairing)을 설치하는 방법(Zhang et al., 2010) 등의 연구를 들 수 있다.

본 수치해석법은 연안교량에 작용하는 지진해일파력의 분석에 유용성이 충분히 검증된 Navier-Stokes solver에 기초하고, 수면형의 추적에는 VOF 법(Hirt and Nichols, 1981)을, 이상방정식에는 SMAC 법(Amsden and Harlow, 1970)을, 난류해석에는 LES 모델(Smagorinsky, 1963)을 각각 적용한 3차원혼상류해석법 TWOPM-3D(3D one-field model for immiscible TWO-Phase flows)를 적용한다(Lee et al., 2011). 또한, Seiffert et al.(2014)에 의한 수조실험결과와의 비교·분석으로부터 고립파의 파력에 관한 본 수치해석법의 타당성을 검증하고, 2004년 인도양지진해일 시에 피해를 입은 인도네시아 Lueng Ie Bridge(Shoji et al., 2009)를 대상으로 고립파의 파고, 연안교량의 위치과 형상 및 거더교에서 거더 수등의 변화에 따른 연안교량에 작용하는 작용파력의 변화특성을 면밀히 검토·분석한다.

#### 2. 수치해석이론 및 고립파의 수치조파

#### 2.1 기초방정식

본 연구에서는 고립파로 근사되는 지진해일과 연안교량과의 상호작용해석에 비선형, 비정수압 및 점성을 동시에 고려할 수 있는 기존의 fully nonlinear Navier-Stokes 방정식에 상충부의 공기의 영향 및 수중으로 연행된 공기의 거동을 고려할 수 있도록 수정된 two-phases fully nonlinear Navier-Stokes 방정식을 기초방정식으로 적용하여 유한차분법으로 수

치해석을 수행한다(Lee et al., 2008). 또한, 난류의 영향을 고려하기 위하여 LES(Large Eddy Simulation) 모델(Smagorinsky, 1963)을, 수면형의 추적에는 VOF 법(Hirt and Nichols, 1981)을 각각 적용한다. 여기서, 서로 혼합되지 않는 혼상(multiphase)의 점성 및 비압축성 유체를 고려하면 각각의 유체는 서로 다른 상의 유체와 명확한 경계면으로 식별될 수 있다. 즉, 혼상유체의 흐름운동에서 경계면의 추적이 가능할 경우서로 혼합되지 않는 혼상유체의 운동에 대해서 단일유체모델 (one-field model for immiscible two-phase fluid)을 적용할 수 있다. 단일유체모델은 각 상의 유체가 국소질량중심과 함께 이동하는 것으로 가정하면 단일의 연속방정식(1)과각 방향의 Navier-Stokes 운동방정식(2)~(4)에 의해 기술될수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = q^* \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\hat{q}} \frac{\partial p}{\partial x} 
+ \frac{\partial}{\partial x} (-\tau_{xx} + 2\hat{v}D_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\tau_{xy} + 2\hat{v}D_{xy}) 
+ \frac{\partial}{\partial z} (-\tau_{xz} + 2\hat{v}D_{xz}) + \frac{F_s}{\hat{q}} - \frac{2\hat{v}}{3} \frac{\partial q^*}{\partial x}$$
(2)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\hat{q}} \frac{\partial p}{\partial y} 
+ \frac{\partial}{\partial x} (-\tau_{yx} + 2\hat{v}D_{yx}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\tau_{yy} + 2\hat{v}D_{yy}) 
+ \frac{\partial}{\partial z} (-\tau_{yz} + 2\hat{v}D_{yz}) + \frac{F_s}{\hat{q}} - \frac{2\hat{v}\partial q^*}{3\partial y}$$
(3)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\hat{q}} \frac{\partial p}{\partial z} 
+ \frac{\partial}{\partial x} (-\tau_{zx} + 2\hat{v}D_{zx}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\tau_{zy} + 2\hat{v}D_{zy}) 
+ \frac{\partial}{\partial z} (-\tau_{zz} + 2\hat{v}D_{zz}) + \frac{F_s}{\hat{q}} - \frac{2\hat{v}\partial q^*}{3\partial z} - g - \lambda w$$
(4)

$$q^* = \begin{cases} q(y, z, t)/\delta_x & x = x_s \\ 0 & x \neq x_s \end{cases}$$
 (5)

여기서, t는 시간, u, v, w는 x, y, z 방향에 대한 각 유속성 분, p는 압력, g는 중력가속도,  $\tau_{ij}$ 는 SGS(Sub-Grid Scale)에서 난류응력,  $D_{ij}$ 는 변위-응력에 대한 GS(Grid Scale)성분,  $F_s$ 는 표면장력에 의한 체적력,  $\lambda$ 는 부가 감쇠 영역에서의 감쇠 계수,  $\hat{\rho}$ 는 밀도,  $\hat{v}$ 는 동점성계수, q\*는 조파소스의 유량 밀도로, 조파소스가 위치하는  $x=x_s$ 이외의 영역에서는 0으로 주어진다.  $\delta$ 는  $x=x_s$ 를 포함하는 x 방향의 격자폭이다.

#### 2.2 고립파의 수치조파

해석영역 내에서 수치적으로 고립파를 조파시키기 위해서는 조파소스(Brorsen and Lasen, 1987; Lee et al., 2008) 및 무반사조파시스템을 위한 감쇠역이 고려될 필요가 있다. 조파소스에 의한 조파방법을 제안한 Bronsen and Larsen (1987)은 조파소스를 사용하여 조파시킬 때 해석영역의 양방 향(x의 (+) 방향과 x의 (-) 방향)으로 파랑이 전달되기 때문에 식(6)과 같은 조파소스강도 q를 제안하고 있다.

$$q = 2U_0 \tag{6}$$

여기서,  $U_0$ 는 발생파의 수평유속성분을, 계수 2는 소스에 의한 조파 시 해석영역의 양방향으로 파진행을 나타낸다. 본 연구에서는 조파소스강도 q로 식(7)과 같은 Grimshaw(1971)에 의해 유도된 고립파의 3차근사수평방향유속  $U_0$ 를 적용한다(Fenton, 1972).

$$U_0 = \sqrt{gh}[E_s S^2 - E_s^2 C_a - E_s^3 \{C_b + C_c\}]$$

$$\Leftrightarrow 7] \, , \qquad (7)$$

$$C_a = -\frac{1}{4}S^2 + S^4 + \left(1 + \frac{\overline{z}}{h}\right)^2 \left(\frac{3}{2}S^2 - \frac{9}{4}S^4\right)$$

$$C_b = \frac{19}{40}S^2 + \frac{1}{5}S^4 - \frac{6}{5}S^6 + \left(1 + \frac{\overline{z}}{h}\right)^2 \left(-\frac{3}{2}S^2 - \frac{15}{4}S^4 + \frac{15}{2}S^6\right)$$
(8)
$$C_c = \left(1 + \frac{\overline{z}}{h}\right)^4 \left(-\frac{3}{8}S^2 + \frac{45}{16}S^4 - \frac{45}{16}S^6\right)$$

여기서,  $\bar{z}$ 는 물입자의 평균위치를 나타내며,  $E_s$ 와 S는 다음의 식(9)와 (10)과 같이 각각 정의된다.

$$E_s = H_i/h \tag{9}$$

$$S = \operatorname{sech} \alpha \hat{x} \tag{10}$$

여기서, 식(10)에서  $\alpha$ 와  $\hat{x}$ 는 식(11)과 (12)로 각각 주어지며, 식(12)의 C는 3차근사파속으로 식(13)과 같이 표현된다.

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{4}} E_s \left\{ 1 - \frac{5}{8} E_s + \frac{71}{128} E_s^2 \right\} S = \operatorname{sech} \alpha \hat{x}$$
 (11)

$$\hat{x} = \frac{x_s - C_t}{h} \tag{12}$$

$$C = \sqrt{gh} \left[ 1 + \frac{1}{2} E_s - \frac{3}{20} E_s^2 + \frac{3}{56} E_s^3 \right] S = \operatorname{sech} \alpha \hat{x}$$
 (13)

Ohyama and Nadaoka(1991)는 수치파동수로 내에 구조물이 설치된 경우 조파소스의 위치에서 반사파의 영향을 고려하여 조파소스지점에서 연직적분치가 반사파가 없는 경우와 분포형상이 상사되도록 식(14)를 고려하고 있다.

$$q = 2U_0 \frac{\eta_0 + h}{\eta_c + h} S = \operatorname{sech} \alpha \hat{x}$$
 (14)

여기서,  $\eta_0$ 와  $\eta_0$ 는 각각 조파소스의 위치에서 수위변동과 조파소스에 의해 기대되는 수위변동이다. 본 연구에서 조파소스에 의해 기대되는 수위변동  $\eta_0$ 는 다음의 식과 같은 3차근사식을 적용하여 산정된다(Fenton, 1972).

$$\eta_0 = h \left[ 1 + E_s S^2 \hat{t} + E_s^3 \left( \frac{5}{8} S^2 \hat{t}^2 - \frac{101}{80} S^4 \hat{t}^2 \right) \right]$$
 (15)

여기서,  $\hat{t}$ 는 다음의 식(16)과 같이 주어진다.

$$\hat{t} = \tanh \alpha \frac{x_s - C_t}{h} \tag{16}$$

#### 3. 수치해석결과의 타당성 검토

#### 3.1 Seiffert et al.(2014)의 수리실험과 본 수치해석의 개요

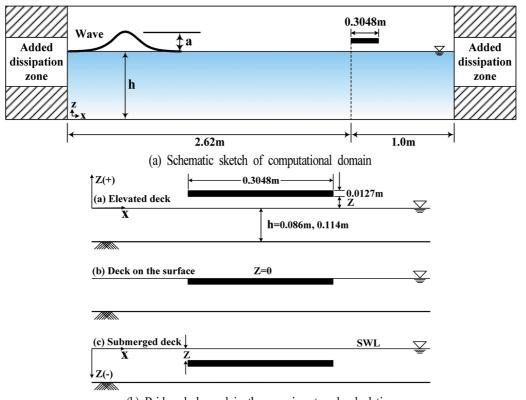
Seiffert et al.(2014)은 수리실험으로부터 고립파가 교량에 작용하는 파력을 측정하였다. 본 수치해석에서는 Seiffert et al.(2014)에 의한 수리실험의 상황을 재현하기 위하여 2차원 수치파동수로를 구축하였고, 실험조건과 동일하게 모델교량의 형상 및 제원을 Fig. 1과 같이 구성하였다. 계산의 효율을 향상시키기 위해 교량 배후영역을 1 m로 축소하며, 부가 감쇠영역을 적용하여 반사파의 영향이 없도록 하였다. 격자구성은 전영역에서  $\Delta x = 0.2$  cm,  $\Delta z = 0.1$  cm로 구성하였고, 수심을 h = 8.6, 11.4 cm로, 이에 따른 고립파의 파고를 a/b = 0.1, 0.2(여기서, a/b = 0.2 합시파고)로 변화시켜 교량에 작용하는 수평 및 연직파력을 산정하였다.

#### 3.2 수치해석의 결과

Figs.  $2 \sim 5 = h = 8.6$ , 11.4 cm; a/h = 0.1, 0.2; z/h = 0.06, 0.0,

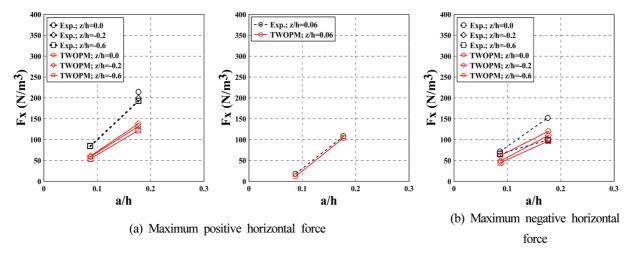
-0.2, -0.6 일 때 Fig. 1의 교량데크에 작용하는 고립파의 최대수평 및 연직파력에 대해 본 TWOPM-3D에 의한 수치해석결과와 Seiffert et al.(2014)에 의한 수리실험결과와 비교한 것이다. 여기서, 양(+)의 수평방향으로 작용하는 최대수평파력을 (+)최대수평파력(maximum positive horizontal force)으로, 음(-)의 수평방향으로 작용하는 최대수평파력을 (-)최대수평파력(maximum negative horizontal force)으로, 연직상방의 최대연직파력을 최대연직상방파력(maximum uplift force)으로, 그리고 연직하방의 최대연직파력을 최대연직하방파력(maximum downward force)으로 각각 정의한다. 연직파력은 데크의 길이 0.3048 m로, 수평파력은 데크의 길이 0.3048 m와 두께 0.0127 m로 나눈 결과이다. h=8.6과 11.4 cm인 경우에 z/h=0.06에서는 (-) 최대수평파력에 대한 실험결과가제시되어 있지 않으므로 그림에 제시되지 않는다.

먼저, h=8.6 cm인 Figs. 2와 4에서 z/h=0.06, 0.0, -0.2, -0.6의 경우에 최대수평파력에 대한 수치결과와 실험결과를 비교하면 z/h=0.0, -0.2, -0.6의 (+) 최대수평파력에서 본 수치결과와 약간 차이를 나타내며, 특히 고립파의 무차원파고가 큰 (+) 최대수평파력에서 수리실험보다 다소 작은 값을 나타낸다. 반면, z/h=0.06의 (+) 최대수평파력 및 z/h=0.0, -0.2, -0.6의 (-) 최대수평파력에서는 합리적으로 대응되지만 z/h=-0.2, -0.6의 (+) 최대수평파력에서 두 결과의 차이는 수평파력이 작용하는 데크의 연직높이가 연직파력이 작용하는데크의 길이에 비해 매우 작기 때문에 본 수치해석에서 격자

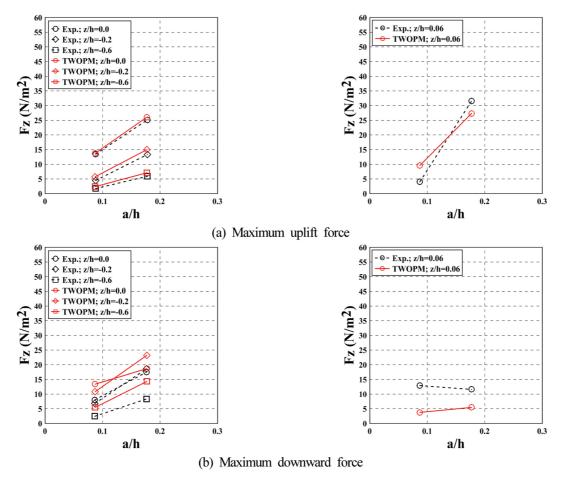


(b) Bridge deck used in the experiment and calculation

Fig. 1. Numerical setup.



**Fig. 2.** Maximum horizontal force (h = 8.6 cm).

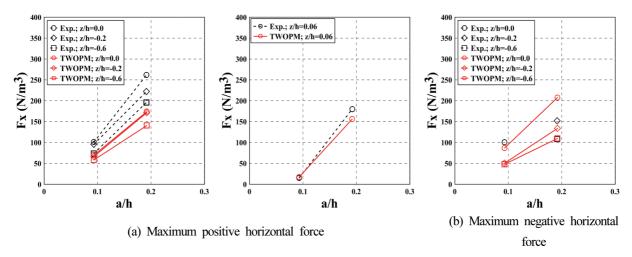


**Fig. 3.** Maximum vertical force (h = 8.6 cm).

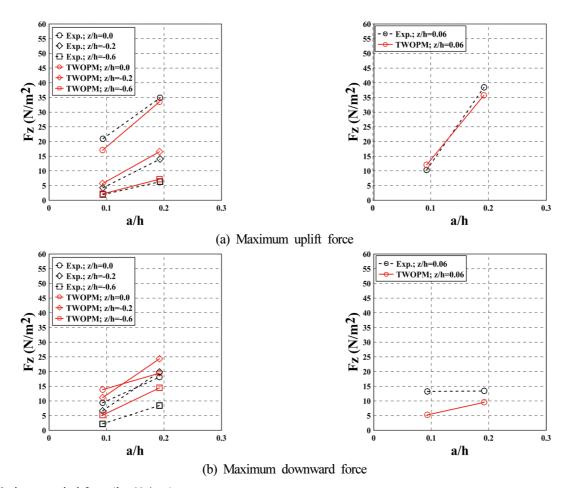
구성이 충분하지 않은 것에 원인이 있는 것으로 판단된다. 최대연직파력에서 최대연직상방파력은 z/h = 0.06, 0.0, -0.2, -0.6의 모든 경우에는 잘 일치하지만 최대연직하방파력은 약간의 불일치성이 인정되며, z/h = 0.06에서는 두 결과에 반대의 변동양상이 나타난다. 여기서, 최대연직파력의 변동특성에서 상방의 경우가 하방에서보다 두 결과의 일치성이 좋은 것으로 판정되며, 최대수평파력과 최대연직파력에서의 주요한

차이는 교량 상부를 통한 고립파의 월류시 쇄파발생과 교량의 저면과 배후에서 강하게 형성되는 Vortex 발생 및 교량 저면에서 압력변동 등에 관한 수치적인 재현이 충분히 구현되지 않는 것에 원인이 있는 것으로 여겨진다. 하여튼, 최대연직하방파력은 고립파의 무차원파고의 변화에 크게 좌우되지 않는다는 것을 알 수 있다.

다음으로, h=11.4 cm인 Figs. 4와 5의 경우를 전술한 Figs.



**Fig. 4.** Maximum horizontal force (h = 11.4 cm).



**Fig. 5.** Maximum vertical force (h = 11.4 cm).

2와 3의 경우와 비교하면 고립파의 무차원파고에 변화에 따른 최대파력의 변동은 거의 유사한 변화과정을 나타내며, 전 반적으로 두 결과에서 수심이 깊을수록 최대수평파력과 최대 연직파력에서 최대연직상방파력은 보다 큰 값을 나타내지만 최대연직하방파력은 거의 변동이 없다는 것을 확인할 수 있다. 이상의 결과로부터 두 해석결과에 일부를 제외하면 파고, 수심 및 교량의 연직위치의 변화에 따른 최대파력치 및 그의

변동양상이 잘 일치하므로 본 연구에서 적용하는 TWOPM-3D의 타당성을 확인할 수 있다.

#### 4. 수치해석

#### 4.1 계산조건

교량에 작용하는 고립파로부터 지진해일파력의 특성을 평

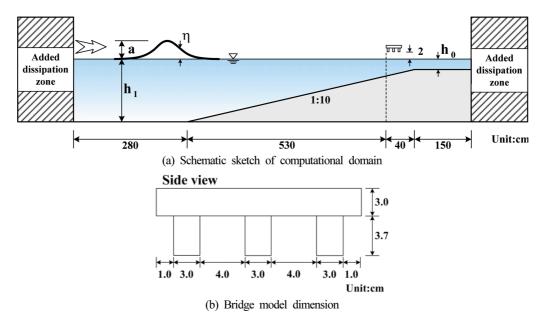


Fig. 6. Numerical setup.

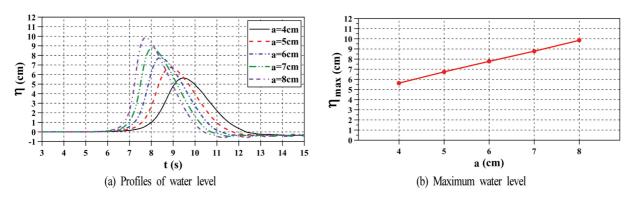


Fig. 7. Profiles of water level and maximum water level.

가하기 위하여 2004년 인도양지진해일시 인도네시아에서 실제로 약 4 m 가량 이동된 Lueng Ie Bridge를 대상으로 하였다. 수치해석에서는 Fig. 6와 같이 총길이 10 m의 2차원수치파동수로를 적용하였으며, 고립파의 천수변형으로부터 증폭된 파고를 얻기 위하여 1:10의 경사면을 설치하였다. 이 때, 수심은  $h_1=60 \text{ cm}, h_0=3 \text{ cm}$ 이고, 고립파의 파고는 a=4,5,6,7,8 cm로 변화시켜 교량에 작용하는 수평 및 연직파력을 산정하였다. 격자구성은 교량의 주변영역에  $\Delta x=0.5 \text{ cm}, \Delta z=0.5 \text{ cm}$ 로 가변격자를 구성하였고, 수조 처음과 끝은 감쇠영역을 적용하여 반사파가 발생하지 않도록 하였다. 적용된 모델교량은 실제 교량 Lueng Ie Bridge를 약 1:54로 축적한 값(Shoji et al., 2012)이며, 경사면상에서 가장 높은 수위가 측정된 530 cm의 수평거리에 수면상 2 cm에 위치하였다.

### 4.2 파고의 변화에 따른 수위변동 및 작용파력의 변화4.2.1 수위변동

Fig. 7(a)는 교량이 존재하지 않는 경우 입사파고 a=4, 5, 6, 7, 8 cm 일 때 교량의 전면위치에서 수위의 시간변동을 나

타내고, Fig. 7(b)는 각각에서 최고수위를 나타낸다. 이 때, a=4, 5 cm의 경우는 고립파가 교량을 월류하지 않으며, a=6, 7, 8 cm의 경우는 교량을 월류한다. 결과를 살펴보면 입사파고 a가 클수록 고립파의 전파속도가 빨라지고, 전면의 파경사가 가팔라진다. 선형적으로 증가하는 입사파고에 따라 경사면상에서 천수변형으로 파고가 거의 선형적으로 증폭되고, 따라서 Fig. 7(b)에 나타내는 바와 같이 구조물 위치에서 최고수위도 거의 선형적으로 증가한다.

#### 4.2.2 작용파력

Fig. 8은 교량에 작용하는 고립파에 의한 수평 및 연직파력의 시계열을 나타내며, Fig. 9는 각각에서 수평 및 연직파력의 최대치를 나타낸다. 파력의 작용시점으로부터도 입사파고 a가 커질수록 전파속도가 빨라지는 것을 볼 수 있고, 또한 입사파고가 커질수록 최대수평파력이 증가하며, 고립파의 전면에서 파경사가 급해지므로 고립파 전면에서 수평파력이 배면에서의 경우보다 경사가 급하게 된다. 이 때의 수평파력은 고립파의 최대수위가 교량의 전면에 도달하는 순간에 최

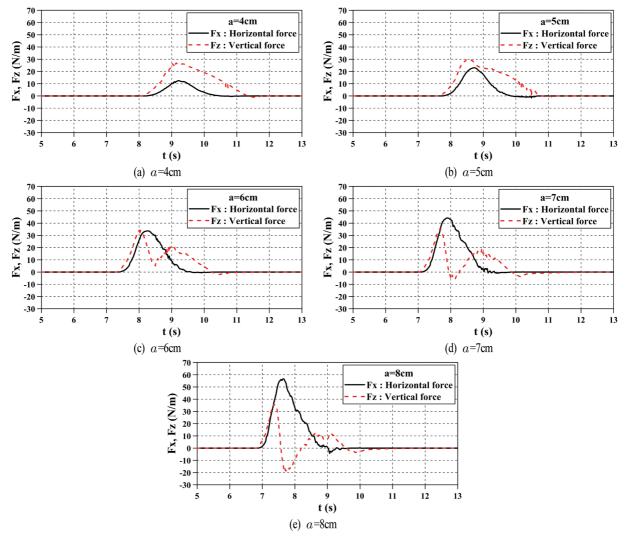


Fig. 8. Time variations of horizontal and vertical forces.

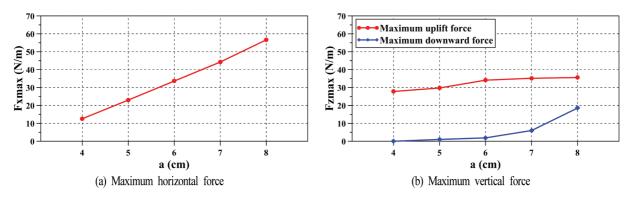
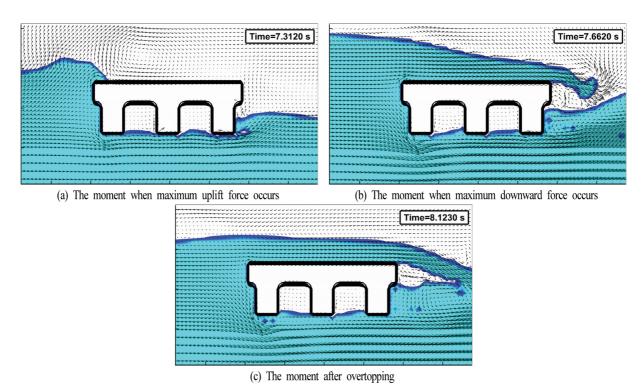


Fig. 9. Maximum horizontal and vertical forces.

대치를 나타내며, 이후에 점차 감소한다. 연직파력의 시계열을 살펴보면 입사파고가 커질수록 교량을 월류하는 월류량이 점점 많아지고, 이에 따라 연직하방파력이 발생되는 것을 확인할 수 있다. 최대연직파력의 발생시점은 최대수평파력의 경우와는 달리 조금 이른 시간에 발생되는 것이 특징이며, 따라서 최대양력이 먼저 발생되고, 바로 이어 최대수평력이 작용하기 때문에 구조물의 안정성 관점에서는 보다 취약한 구

조로 된다.

Fig. 8의 시계열로부터 도출된 최대수평파력과 최대연직파력을 파고의 함수로 나타낸 결과가 Fig. 9에 제시되어 있다. 그림으로부터 입사파고의 증가에 따라 최대수평파력과 최대연직파력이 모두 증가하지만 최대수평파력의 증가율이 최대연직파력의 경우보다 크다. 또한, 최대연직파력에서 최대연직 상방파력이 최대연직하방파력보다 큰 값을 가지고, 최대연직



**Fig. 10.** Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (a = 8 cm).

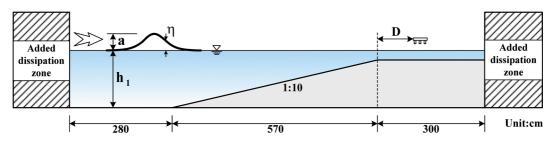


Fig. 11. Schematic sketch of computational domain.

상방파력보다 최대연직하방파력의 증가율이 보다 크게 나타 나지만 파고변화에 따른 최대연직상방파력의 변동은 다른 경 우보다 매우 작고, 특히 파고가 큰 경우에는 파고변화에도 거 의 일정치를 나타낸다.

Fig. 10은 입사파고 a=8 cm 일 때 고립파가 교량에 도달하여 최대연직상방파력과 최대연직하방파력이 작용할 때와 그 직후의 수위 및 유속에 대한 시·공간분포를 나타낸다. 최대연직상방파력이 작용할 때는 처오름고가 낮고, 3개의 거더 저면에 모두 연직방상의 파력이 작용하며, 데크하의 거더 사이에 공기가 연행·포획되어 있다. 최대연직하방파력이 작용할 때는 고립파가 교량을 월류하는 상황에서 발생하고, 교량 배후면에서 시계반대방향의 Vortex가 발생되며, 또한 데크하의 거더 사이에 공기가 포획된다. 월류된 이후는 다량의 공기가 혼입되어 매우 복잡한 수면거동을 나타내고, 교량 배후면에서 공동이 존재하며, 빠른 유속으로 인하여 강한 난류 및 시계반대방향의 Vortex가 발생되는 것을 알 수 있었다.

### 4.3 연안교량의 위치에 따른 수위변동 및 작용파력의 변화4.3.1 계산조건

전술한 수치파동수로와 동일하게 수심 및 경사면을 구성하며, 다음의 Fig. 11에 나타내는 바와 같이 경사면이 끝나는 지점에서부터 수조 끝까지 300 cm의 일정수심상에 교량의 위치를 나타내는 수평거리를 D=0, 50, 100, 150, 200 cm로 변화시켰다. 이 때, 고립파의 입사파고는 a=8 cm로 일정하며, 모델교량은 수면상 2 cm에 위치한다.

#### 4.3.2 수위변동

Fig. 12(a)는 교량이 존재하지 않는 경우 입사파고 a=8 cm 일 때 수평이격거리 D의 위치(교량의 전면)에서 수위의 시간 변동을 나타내며, Fig. 12(b)는 각각에서 최고수위를 나타낸다. 결과를 살펴보면 D=0 cm인 경우에 가장 높은 수위를 나타내며, D가 커질수록 고립파의 전면이 거의 연직면과 같이 발달하여 단파형으로 전이되고, 이후에는 D의 증가에도 쇄파가 동반되어 수위가 감소된다. 따라서, Fig. 12(b)에서 D=1

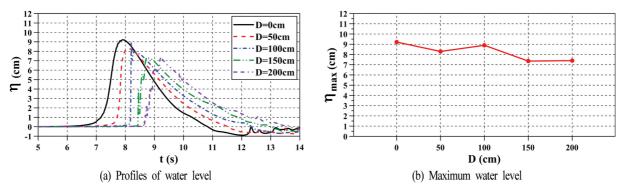


Fig. 12. Profiles of water level and maximum water level.

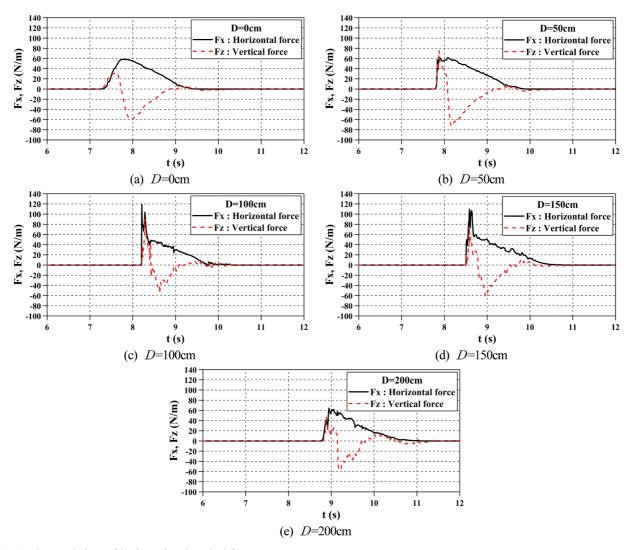


Fig. 13. Time variations of horizontal and vertical forces.

100 cm인 경우에 최대수위가 주변의 값보다 크게 나타나며, 쇄파가 발생되지 않는다는 가정하에서는 D의 증가에 따라 최대수위가 감소될 것으로 추정된다.

#### 4.3.3 작용파력

Fig. 13은 Fig. 12(a)에 제시된 고립파가 교량에 작용할 때 산정된 수평 및 연직파력의 시계열을 나타내며, Fig. 14는 Fig. 13의 시계열로부터 얻어진 수평 및 연직파력의 최대치를 나타낸다. 그림으로부터 D=0 cm인 경우는 최대연직상방 파력이 최대수평파력보다 먼저 작용하는 반면에 다른 경우는 두 힘이 거의 동시에 작용하고, 수평파력의 변동앙상은 전술한 수위변동과 거의 유사한 경향을 갖는다. 최대수평파력은 D=100 cm인 경우에 발생되며, 이는 전술한 바와 같이 고립파의 전면이 단파에서 불연속면과 같은 연직면을 형성하여,

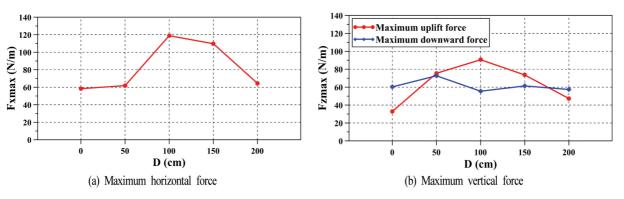
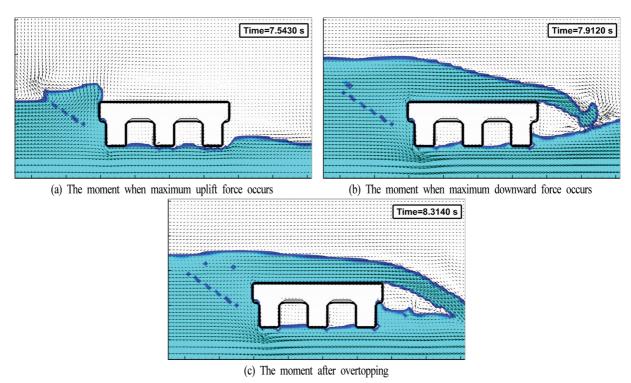


Fig. 14. Maximum horizontal and vertical forces.



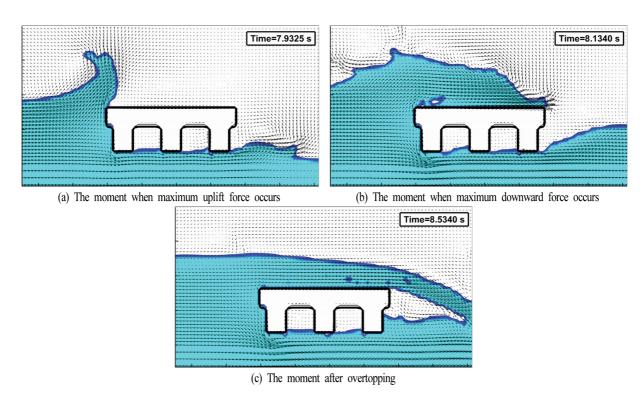
**Fig. 15.** Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (D = 0 cm).

수면상에 쇄파가 동반되기 때문이다. 쇄파가 동반되는 경우에는 수평파력에 복수의 피크치가 나타나고, 이후의 시간에서는 완만하게 감소한다. 연직파력에서 D=0,  $200~\rm cm$ 이외는 최대연직상방파력이 최대연직하방파력보다 크게 나타나며, 이로부터 연직파력은 고립파의 전면에서 수면경사 및 쇄파형성과 직접적인 연관성을 갖는 것으로 판단된다.

D의 변화에 따른 최대파력의 변화를 나타낸 Fig. 14로부터 최대수평파력의 경우를 살펴보면 D=100 cm에서 최대치를 나타내고, 전후로 갈수록 감소한다. 이는 전술한 바와 같이 D=100 cm에서 고립파의 전면이 거의 연직면으로 되고, 동시에 수면상에 쇄파가 형성되기 때문이다. 최대연직파력에서 최대연직상방파력은 전술한 최대수평파력과 같은 변화양상을 나타내지만 변동양상은 상이하다. 다음에, 최대연직하방파력은 D=50 cm에서 최대치를 나타내고, 쇄파가 동반되는 D=100 cm 이후에는 값의 변화가 거의 나타나지 않는다. 이러한

결과는 수평상에서 고립파가 쇄파된 이후에는 에너지의 큰 감 쇠없이 파고가 유지·지속되기 때문이다.

Figs. 15~19는 수평이격거리 D=0, 50, 100, 150, 200 cm 일 때 고립파가 교량에 전파되어 최대연직상방파력과 최대연 직하방파력이 작용할 때와 그 직후에서 수위 및 유속의 시·공 간분포를 나타낸다. 쇄파가 발생되지 않는 D=0, 50 cm 일 때 최대연직상방파력은 고립파가 교량의 전면을 강타하여 최대처 오름고가 발생될 때 나타나고, 최대연직하방파력은 교량데크 상부에 월류량이 많아질 때 나타난다. 그리고, 쇄파가 발생하는 D=100 cm인 지점에서는 고립파가 교량의 전면을 매우 강하게 강타하여 다른 위치에서보다 가장 높은 최대처오름고가 발생하고, 거더 사이에 물이 유입되어 최대수평파력과 최대연 직상방파력이 거의 동시에 발생된다. 고립파의 작용 직후 교 량데크 상부에서 월류량이 많아지고, 처올라간 수괴가 낙하하여 데크 상부를 하방으로 강타하며, 거더 저면에서 일부 유체



**Fig. 16.** Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (D = 50 cm).

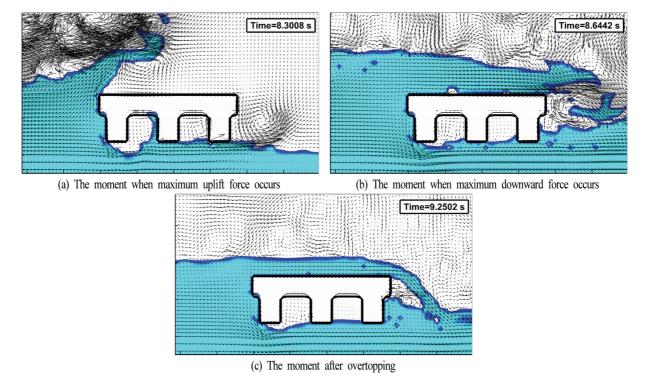


Fig. 17. Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (D = 100 cm).

가 분리될 때 최대연직하방파력이 산정되지만 데크 상부에서 월류수의 유속과 월류량이 상대적으로 작게 주어진다. 쇄파 발생 이후의 D=150 cm에서는 D=100 cm의 경우와 유사한 상황을 나타내지만 쇄파지점에서 이격되고, 따라서 유속과 수위가 낮아지기 때문에 최대수평파력과 최대연직상방파력은 작아지는 반면에 데크 상부의 월류량이 많아지며, 거더 저면과 유

체 사이에 생성되는 공기의 완충작용으로 최대연직하방파력은 다소 작아지는 것으로 판단된다. 한편, D=200 cm의 경우는 쇄파지점에서 보다 이격되기 때문에 다량의 공기가 수중에 혼입되고, 매우 복잡한 유체거동을 나타내는 것을 볼 수있다. 따라서, 최대수평파력과 최대연직상방파력은 D=100, 150 cm의 경우보다 작고, 최대연직하방파력도 작다.

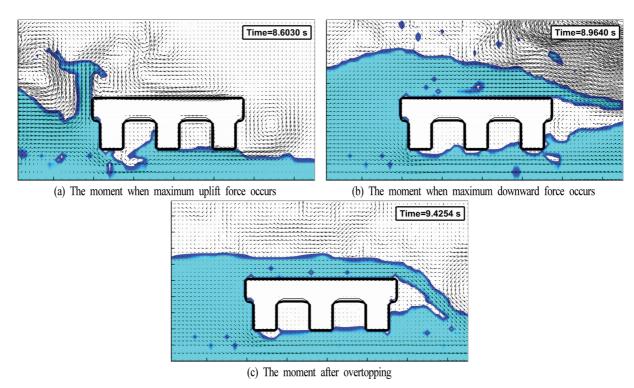


Fig. 18. Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (D = 150 cm).

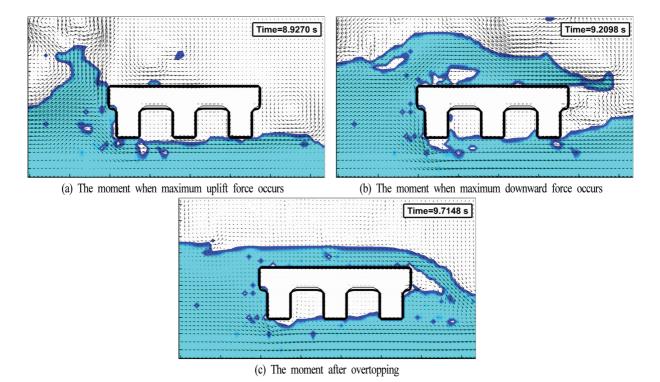


Fig. 19. Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (D = 200 cm).

## 4.4 연안교량의 형상에 따른 작용파력의 변화4.4.1 연안교량의 형상

Fig. 20은 거더가 없는 슬래브교량(혹은 거더가 0인 거더 교량), 2개 및 6개의 거더를 갖는 모델교량의 형상과 제원을 나타낸다. 수치파동수로와 격자구성은 전술한 경우와 동일하고, 고립파의 파고는 a=8 cm로 수치조파되었으며, 전술한 바

와 동일하게 수평이격거리는  $D=50~\mathrm{cm}$ 로 수면상  $2~\mathrm{cm}$ 에 위치하였다.

#### 4.4.2 작용파력

Fig. 21은 3종류의 모델교량에 작용하는 고립파에 의한 수 평 및 연직파력의 시계열을, 그리고 Fig. 22는 시계열에서 수

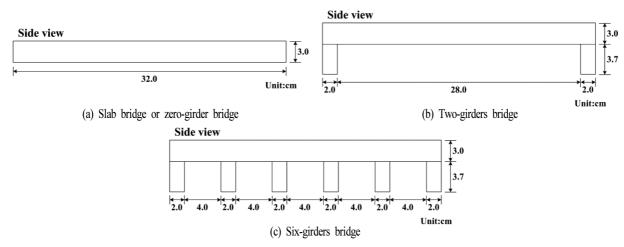


Fig. 20. Bridge type and its dimension.

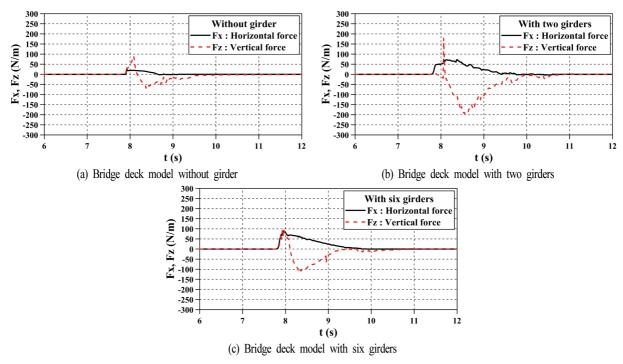


Fig. 21. Profiles of horizontal and vertical forces.

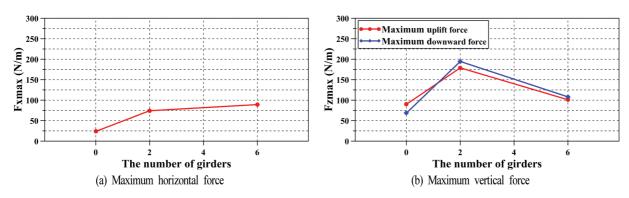


Fig. 22. Maximum horizontal and vertical forces.

평 및 연직파력의 최대치를 나타낸다. 파력에 관한 시계열로 부터 최대수평파력의 크기는 거더의 수에 비례하며, 거더를 갖는 경우에 최대수평파력의 크기가 급격히 증가하는 것을 알수 있고, 이는 거더의 연직면에 작용하는 수평파력이 고려되

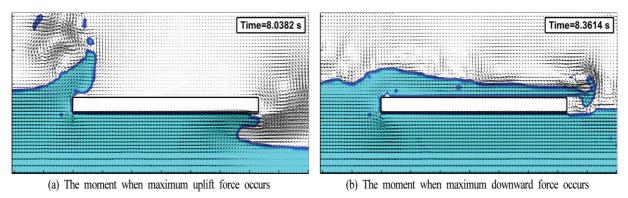


Fig. 23. Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (without girder).

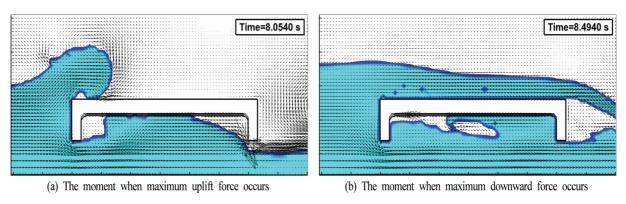


Fig. 24. Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (with two girders).

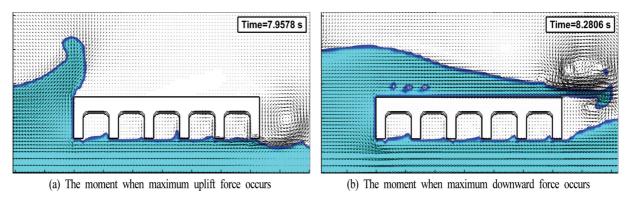


Fig. 25. Snapshots of the solitary wave impacting the bridge model (with six girders).

기 때문이다. 거더의 수가 0개 및 2개인 경우는 최대수평파력과 최대연직상방파력을 나타내는 위상이 상이하고, 최대연 직상방파력이 상대적으로 느리게 나타난다. 반면, 거더의 수가 6개인 교량에서는 최대수평파력과 최대연직상방파력이 거의 동시에 발생하며, 이러한 결과는 거더에 의한 저항으로 고립파의 전파가 느리게 되고, 이에 따라 고립파가 교량의 전면을 강타할 때 나타나는 최대수평파력의 발생시점에서 최대연직상방파력도 거의 동시에 나타나는 것으로 판단된다. 최대연직상방파력의 최대치는 거더의 수가 2개인 교량에서 나타나며, 이는 후술하는 Fig. 25로부터 바로 알수 있을 것이다. 또한, 거더의 수가 2개인 교량에서 최대연지 나타나며, 이 또한 후술하는 Fig. 25로부터 바로 알대치도 나타나며, 이 또한 후술하는 Fig. 25로부터 바로 알

수 있는 바로 데크 상부에서 월류량이 가장 많이 때문이다. Figs. 23~25는 a=8 cm 일 때 고립파가 교량에 도달하여 최대연직상방파력과 최대연직하방파력이 작용할 때 수위와 유속의 시·공간분포를 나타낸다. 거더 수에 따른 최대연직상방파력을 살펴보면 외견상 거더가 존재하지 않는 Fig. 23(a)에서 데크 저면의 전부가 유체와 접하기 때문에 최대치가 발생할 것으로 여겨지지만 처오름고가 상대적으로 낮아 저면에 작용하는 유체압력이 작기 때문에 최대연직상방파력은 제일 작은 값을 나타낸다. 최대연직하방파력은 높은 수위가 데크 전체 면에 고루게 분포하는 거더가 2개인 교량에서 발생되고, 거더가 6개인 교량에서는 전체 거더 사이에 공기가 연행·혼입되어 연직상방파력에 대한 완충작용이 클 것으로 판단된다.

#### 5. 맺음말

본 연구에서는 연안교량에 작용하는 고립파에 의한 지진해 일파력을 난류해석이 포함된 3차원혼상류해석법인 TWOPM-3D를 적용하여 검토하였다. 더불어, Seiffert et al.(2014)에 의한 실험결과와 비교·검토하여 본 수치해석법의 타당성을 검증하였고, 2004년 인도양지진해일시 인도네시아에서 실제로 피해를 입은 Lueng Ie Bridge를 축적한 모델교량에 대해 고립파의 파고, 교량의 설치위치 및 거더의 개수 등을 변화시켜 작용파력의 특성을 면밀히 분석하였다. 이로부터 얻어진본 연구의 주요한 사항을 아래에 기술한다.

- (1) 슬래브교량(혹은 거더의 수가 0인 거더교)에 대해 고립 파의 파고변화에 따른 파력을 실험치와 비교한 결과, 수평파 력과 연직파력이 대체로 잘 일치하였고, 연직하방파력에서 다 소 차이가 나타났지만 두 결과는 합리적인 일치성을 나타내 었다.
- (2) 고립파의 파고변화에 따라 연안교량에 작용하는 파력 은 파고가 커질수록 최대수평파력과 최대연직파력이 모두 증 가하지만 최대수평파력의 증가율이 높다.
- (3) 연안교량의 위치에 따라 연안교량에 작용하는 파력은 수 평이격거리 D의 증가에 비례하지 않으며, 단파에서 나타나는 연직불연속면이 발달된 후 쇄파되는 지점에서 최대파력이 작 용한다. 또한, 연직상방파력이 연직하방파력보다 크게 나타난다.
- (4) 교량의 거더 수가 많을수록 교량의 연직면이 넓어지므로 수평파력이 증가하고, 최대수평파력과 최대연직파력은 그의 발생시점에서 차이가 발생하였지만 6개 거더인 경우는 동일한 시간에 발생한다.
- (5) 연직파력에서는 수중에 연행되는 공기 및 주변에서 형성되는 Vortex의 영향 등이 수치적으로 정밀하게 구현되지 않은 관계로 실험결과와 다소의 차이가 발생하였다. 따라서, 실험결과 혹은 현장결과에 미치는 이러한 영향을 충분한 정도로 수치적으로 재현하기 위해서는 정밀한 격자구성이 필요하고, 또한 교량과 해저면에서의 표면마찰 등이 고려될 수 있는 수치해석법의 적용이 필요한 것으로 판단된다.

#### References

- Amsden, A.A. and Harlow, F.H. (1970). The SMAC method: a numerical technique for calculating incompressible fluid flow. Los Alamos Scientific Laboratory Report LA-4370, Los Alamos, N.M.
- Araki, S., Ishino, K. and Degochi, I. (2010a). Characteristics of tsunami fluid force acting on girder bridge. Proceedings of 20<sup>th</sup> International Offshore and Polar Engineering Conference, ISOPE, 775-779.
- Araki, S., Sakahita, Y. and Deguchi, I. (2010b). Characteristics of horizontal and vertical tsunami force acting on bridge beam. Annual Journal of Coastal Engineering, JSCE, B2-66(1), 796-

- 800 (in Japanese).
- Arikawa, T., Ikebe, M., Yamada, F., Shimosako, K. and Imamura, F. (2005). Large model test of tsunami force on a revetment and on a land structure. Proceedings of Coastal Engineering, JSCE, 52, 746-750 (in Japanese).
- Bozorgnia, M., Lee, J.J. and Raichlen, F. (2011). Wave structure interaction: Role of entrapped air on wave impact and uplift forces. ICCE 2010, ASCE.
- Bricker, J. and Nakayama, A. (2014). Contribution of trapped air, deck superelevation and nearby structures to bridge deck failure during a tsunami. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 140(5), 05014002.
- Brorsen, M. and Larsen, J. (1987). Source generation of nonlinear gravity waves with boundary integral equation method. Coastal Engineering, 11, 93-113.
- Fenton, J. (1972). A ninth-order solution for the solitary wave. Journal of Fluid Mechanics, 53(2), 257-271.
- Grimshaw, R. (1971). The solitary wave in water of variable depth: Part 2. Journal of Fluid Mechanics, 46(3), 611-622.
- Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. Journal of Computational Physics, 39, 201-225.
- Iemura, H., Pradono, M.H. and Takahashi, Y. (2005). Report on the tsunami damage of bridges in Banda Aceh and some possible countermeasures. Proceedings of 28th Earthquake Engineering Symposium, JSCE (in Japanese).
- Kawashima, K. (2012). Damage of bridges due to the 2011 Great East Japan earthquake. Journal of Japan Association for Earthquake Engineering, 12(4), 4\_319-4\_338.
- Kim, D.S., Kyung, K.S., Lee, Y.D. and Woo, K.H. (2016). Evaluating method of solitary wave-induced tsunami force acting on an onshore bridge in coastal area. Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea, 29(2), 149-159 (in Korean).
- Lau, T.L., Lukkunaprasit, P., Ruangrassamee, A. and Ohmachi, T. (2010). Performance of bridges with solid and perforated parapets in resisting tsunami attacks. Journal of Earthquake and Tsunami, 4(2), 95-104.
- Lau, T.L., Ohmachi, T., Inoue, S. and Lukkunaprasit, P. (2011).
  Experimental and numerical modeling of tsunami force on bridge decks. Mokhtari, M. (Ed.), Tsunami-A Growing Disaster, InTech. 2005, 105-130 (chapter 6).
- Lee, K.H., Lee, S.K., Shin, D.H. and Kim, D.S. (2008). 3-Dimensional analysis for nonlinear wave forces acting on dual vertical columns and their nonlinear wave transformations. Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, 20(1), 1-13 (in Korean).
- Lee, K.H., Ha, S.W., Lee, K.S. and Kim, D.S. (2011). Numerical analysis for three-dimensional tsunami force acting on multi-onshore structures. Journal of The Korean Soc. Civil Eng., KSCE, 31(2B), 175-185 (in Korean).
- Lee, K.H., Woo, K.H., Kim, D.S. and Jeong, I.H. (2017). Numerical simulation of tsunami force acting on onshore bridge (for

- tsunmai bore). Journal of Korean Society of Coastal and Ocean Engineers, 29(1), 46-61 (in Korean).
- Murakami, K., Yamaguchi, Y. and Maki, D. (2013). 2-Phase flow analysis of tsunami forces acting on bridge structures. Journal of Japan Society of Civil Engineers, 69(2), 347-352 (in Japanese).
- Nakamura, T., Mizutani, N. and Ren, X. (2013). Numerical analysis of tsunami-induced wave force acting on a bridge deck and its effects on the motion of the bridge deck. Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. A1(Structual Engineering), JSCE, 69(4), 120-130 (in Japanese).
- Ohyama, T. and Nadaoka, K. (1991). Development of a numerical wave tank for analysis of non-linear and irregular wave field. Fluid Dyna. Res., 8, 231-251.
- Ramsden, J.D. (1993). Tsunami: forces on a vertical wall caused by long waves, bores, and surges on a dry bed. Ph.D. Dissertation, California Institute of Technology.
- Seiffert, B., Hayatdavoodi, M. and Ertekin, R.C. (2014). Experiments and computations of solitary-wave forces on a coastal-bridge deck. Part I: flat plate. Coastal Engineering, 88, 194-209.
- Shigihara, Y., Fujima, K. and Kosa, K. (2010). Reevaluation of tsunami force acted on the bridges of the neighborhood of Banda Aceh in the 2004 Indian Ocean Tsunami. Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. B2 (Coastal Engineering), JSCE, 66(1), 231-235 (in Japanese).
- Shoji, G, Ezura, Y. and Hiraki, Y. (2012). Modeling of tsunami fluid force on a bridge deck subjected to plunging breaker bores and surging breaker bores. 12<sup>th</sup> WCEE.
- Shoji, G., Hiraki, Y., Fujima, K. and Shigihara, Y. (2010). Experimental study on fluid force acting on a bridge deck subjected to plunging breaker bores and surging breaker bores. Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. B2 (Coastal Engineering), JSCE, 66(1), 801-805 (in Japanese).
- Shoji, G. and Moriyama, T. (2007). Evaluation of the structural fra-

- gility of a bridge structure subjected to a tsunami wave load. J. Nat. Disaster Sci., 29(2), 73-81.
- Shoji, G., Moriyama, T., Fujima, K., Shigihara, Y. and Kasahara, K. (2009). Experimental study associated with a breaking tsunami wave load acting onto a single span bridge deck. Journal of Structual Engineering, JSCE, 55A, 460-470 (in Japanese).
- Smagorinsky, J. (1963). General circulation experiments with the primitive equations. Mon. Weath. Rev., 91(3), 99-164.
- Tanabe, S., Asai, M. and Sonoda, Y. (2013). Numerical evaluation of fluid force acted on bridge girders during tsunami by using particle method. APCOM & ISCM, Singapore.
- Unjoh, S. (2007). Bridge damage caused by tsunami. Bulletin of Japan Association for Earthquake Engineering, 6, 26-28 (in Japanese).
- Xiao, H. and Huang, W. (2008). Numerical modeling of wave runup and forces on an idealized beachfront house. Ocean Engineering, 35, 106-116.
- Xu, G. (2015). Investigating wave forces on coastal bridge deck. Ph.D. Dissertation, Louisiana State University.
- Yim, S.C. and Azadbakht, M. (2013). Tsunami forces on selected California coastal bridges. Final Report Submitted to the California Department of Transportation (Caltrans) under Contract No. 65A0384.
- Zhang, G, Hoshikuma, J.I. and Usui, T. (2010). A study on countermeasure for reducing effect of tsunami on highway bridges. Proceedings of 26th US-Japan Bridge Engineering Workshop, 175-83.

Received 18 April, 2017 Revised 24 April, 2017 Accepted 24 April, 2017