

수정 FUNWAVE-TVD 수치모형을 이용한 파랑변형 Wave Transformation using Modified FUNWAVE-TVD Numerical Model

최영광* · 서승남*
Young-Kwang Choi* and Seung-Nam Seo*

요 **지** : 기존 FUNWAVE-TVD 버전 2.1 모형을 수정한 본 모형의 검증을 위해 고립파 실험, Vincent and Briggs(1989)의 비쇄파 및 쇄파 실험, Luth et al. (1994)의 수리실험을 수행하였다. 쇄파 실험의 경우 기존 결과와 비교하기 위하여 eddy viscosity를 이용한 쇄파 방법도 포함하였다. Eddy viscosity 쇄파 방법을 이용하여 Vincent and Briggs(1989)의 쇄파 실험에 적용한 결과 수정된 모형에서는 수중천퇴 중심의 y축을 기준으로 파랑류(wave-induced current)의 대칭성이 유지되었으나 FUNWAVE-TVD 버전 2.1 모형에서는 대칭성이 유지되지 않았다. 또한 eddy viscosity 쇄파 방법을 이용한 경우가 천수방정식으로 전환하여 쇄파를 모의하는 방법보다 관측치에 더 가깝다. 그리고 FUNWAVE-TVD 버전 2.1 모형에 사용한 기법들과 비교하기 위하여 Erduran et al.(2005)이 제시한 4차 정확도의 MUSCL-TVD 기법과 minmod limiter를 이용한 3차 정확도의 기법을 적용하여 고립파의 전파 양상을 비교 · 검토하였다.

핵심용어 : 수정 FUNWAVE-TVD 모형, eddy viscosity 쇄파기법, Vincent and Briggs(1989)의 쇄파 실험, 파랑류

Abstract : The present modified FUNWAVE-TVD model, which is a modification to its previous version 2.1, is applied to solitary wave propagation and is tested against the experiments of Vincent and Briggs(1989) and Luth et al.(1994). The eddy viscosity breaking scheme is used for comparison with the existing study in the case of breaking experiment. The symmetry of wave-induced current is maintained when the modified model is employed to Vincent and Briggs(1989) breaking experiment, but the symmetry of wave-induced current in previous model is not maintained. A better agreement with the breaking experimental data is obtained in the modified model using eddy viscosity breaking scheme than the shock capturing breaking scheme using nonlinear shallow water equation. For comparison with the schemes in the model, the fourth order MUSCL-TVD scheme by Erduran et al.(2005) and the third order MUSCL-TVD scheme using minmod limiter is applied, and the numerical solutions of solitary wave are compared.

Keywords : modified FUNWAVE-TVD model, eddy viscosity breaking scheme, Vincent and Briggs(1989) breaking experiment, wave-induced current

1. 서 론

천해역 파랑모형으로부터 시작된 Boussinesq 파랑모형은 Nwogu(1993)에 의해 적용범위가 전이역까지 확장되었고, 후속 연구에 의해 심해에서부터 천해까지 전파해오는 파랑의 변형을 모의할 수 있어 연안 구조물 설계에 유용한 방법으로 주목을 받고 있다. 또한 에너지 보존식에 근거한 Spectral 파랑모형에서 모의하기 어려운 파랑회절 현상을 모의할 수 있는 장점이 있으며, 천수 및 굴절, 반사 현상을 보다 정확하게 모의할 수 있다. 한 걸음 더 나아가 쇄파로 인한 파랑류(wave-induced current)를 모의할 수 있을 뿐 아니라 식으로부터 유속을 직접 계산하기 때문에 파랑과 흐름의 상호작용을 효율

적으로 계산할 수 있다.

대부분의 Boussinesq type 방정식은 비접성 유체라는 가정이 들어간 3차원 Euler 방정식 또는 velocity potential을 이용하여 유도되었다(Nwogu, 1993; Wei et al., 1995; Hsiao et al., 2002; Chen, 2006). Nwogu(1993)는 약비선형, 약분산성 Boussinesq 방정식을 유도하였는데, 특정 수심($z = z_\alpha$)에서의 유속을 도입하여 Boussinesq 방정식의 적용 범위를 전이역까지 넓혔다. Wei et al.(1995)은 velocity potential을 이용하여 강비선형, 약분산성 Boussinesq 방정식을 유도하였으며, Hsiao et al.(2002)은 투수층을 통과하는 파랑변형과정을 모의할 수 있는 강비선형 Boussinesq 방정식을 유도하였다. Hsiao et al.(2002)은 최종 식을 유도할 때 z 변수가 포함된 항

*한국해양과학기술원 이사부호기반시설건설단 (Corresponding author : Young-Kwang Choi, Task Force for Construction of RV ISABU Support Facility, Korea Institute of Ocean Science and Technology, Ansan, Gyeonggi, 15627, Korea, Tel:+82-31-400-6331; Fax:+82-31-408-5823 ykchoi@kiost.ac.kr)

들을 제거하기 위하여 비회전성 유체라는 가정을 하였지만, Chen(2006)은 유도과정에서 수직 와도(vorticity)항을 포함시켜 부분적으로 회전이 가능한 유체(partially rotational flow)를 모의할 수 있는 강비선형 Boussinesq 방정식을 유도하였다. 이것은 Svendson (2006)이 지적한 바와 같이 방정식에 와도를 포함시킴으로써 궁극적으로는 운동량을 증가시켜 쇄파를 모의하기 위한 방법이다. 최근에는 Boussinesq 방정식에 수평적, 수직적인 회전효과를 고려하기 위하여 3차원 Navier-Stokes 방정식으로부터 유도가 된 Boussinesq 방정식이 개발된 바 있다(Kim et al., 2009).

이러한 Boussinesq type 방정식을 이용하여 복잡한 지형에 대한 파랑계산을 위해서는 수치모형의 개발이 필수적인데, 초기에는 격자를 일정하게 나누는 비교적 간단한 유한차분모형이 많이 개발되었다(Kirby et al., 1998; Nwogu and Demirbilek, 2001; Lynett and Liu, 2004). 직교 좌표계를 사용하는 유한차분모형은 복잡한 해안선이나 굴곡진 경계면을 처리하기 어려우므로 곡선좌표계를 사용하는 유한차분모형(Shi et al., 2001)이나 유한요소모형(Walkley and Berzins, 2002; Woo and Liu, 2004)도 개발된 바 있다. 초기 수치모형에서는 수치오류에 의해 생성되는 고주파 성분의 파랑을 제거하기 위하여 수치필터를 사용하였다. 하지만 필터를 자주 사용할 경우에는 파의 진폭이 감소하기 때문에 필터는 적절하게 사용하는 것이 중요하다.

최근에는 수치모형의 안정성을 확보하기 위하여 수치필터를 사용하는 대신 수치해의 변화량에 따라 limiter 기법을 사용하는 유한체적-유한차분 Boussinesq type 방정식 모형도 개발된 바 있다(Kim et al., 2009; Shi et al., 2012; Roeber and Cheung, 2012). 이 모형들은 충격파(shock wave)의 정확한 산정을 위하여 방정식을 보존(conservative) 형태로 바꾼 후 이송항에는 유한체적기법을 적용하고, 나머지 항에는 유한차분기법을 적용하는 방법을 사용하고 있다.

FUNWAVE-TVD 모형(Shi et al., 2012)은 Boussinesq type 방정식에 대한 수치모형으로 이전 버전의 FUNWAVE 모형(Kirby et al., 1998)에 비해 많은 개선이 이루어졌다. 이전 버전의 FUNWAVE 모형은 쇄파를 모의하기 위한 하나의 방법으로 eddy viscosity 항을 사용하였고, 처오름(runup)을 모의하기 위하여 slot 방법을 사용하였다. Shi et al.(2012)은 이러한 방법들에서 수치적인 불안정성이 나타날 수 있다고 지적하였다.

FUNWAVE-TVD 모형에서는 쇄파를 모의하기 위하여 파고와 수심의 비를 구해, 이 비가 일정 값 이상인 cell에서는 Boussinesq 방정식을 비선형 천수방정식으로 전환하여 쇄파를 모의하며, 비선형 천수방정식에서 나타나는 충격파와 같은 불연속 현상을 안정적으로 처리하기 위하여 유한체적방법에 기반된 TVD 방법을 적용한다. 그리고 계산소요시간을 줄이기 위하여 MPI 병렬계산법도 도입되었다. 이 수치모형에서는 지배방정식을 Nwogu(1993)나 Chen(2006) 등의 Boussinesq 방정식 중에서 선택하여 모의할 수 있다.

본 연구에서는 FUNWAVE-TVD 모형 버전 2.1(Shi et al., 2013)의 오류를 수정하였다. 현 모형을 검증하기 위하여 Vincent and Briggs(1989)의 쇄파 실험에 대해 개선 전, 후의 파랑류 형태를 비교하였다. 또한 FUNWAVE-TVD 모형에서 사용하고 있는 기법 외에 Erduran et al.(2005)^[1] 제시한 4차 정확도의 MUSCL-TVD 기법과 minmod limiter를 이용한 3차 정확도의 MUSCL-TVD 기법을 적용하여 limiter의 종류 및 기법의 정확도에 따른 수치해의 전파양상을 비교검토하였다. 수치해의 정확도를 판정하기 위해 다수의 limiter에 대한 고립파 실험을 하였으며, Vincent and Briggs(1989)의 규칙파 실험에 적용하여 비쇄파 현상 및 쇄파 현상에 대하여 관측치와 비교하였다. 또한 Luth et al.(1994)의 수면 아래 잠긴 구조물 위를 지나는 파랑계산 결과를 관측치와 비교하였다.

2. 지배방정식

FUNWAVE-TVD 모형 버전 1.0은 Chen(2006)의 강비선형 Boussinesq 방정식을 지배방정식으로 사용하고 있으며, Shi et al.(2012)은 이 방정식을 보존(conservative) 형태의 방정식으로 변환하였다. FUNWAVE-TVD 모형은 버전 1.0이 개발된 이후 one-way nesting 기법의 추가, 바람 효과 및 공간에 따라 다른 마찰계수의 고려, 코드의 오류 수정 및 계산속도의 개선 등이 수행되면서 버전 2.1까지 개발되었다. 본 연구에서는 가장 최근에 개선이 이루어진 FUNWAVE-TVD 모형 버전 2.1 (Shi et al., 2013)을 대상으로 한다.

FUNWAVE-TVD 모형 버전 2.1의 코드를 분석하면 Shi et al.(2012)이 제시한 보존 형태의 방정식과 다른데, 본 연구에서는 Shi et al.(2012)의 식을 다시 유도하여 FUNWAVE-TVD 버전 2.1 모형을 수정하였다. 아래에 보인 바와 같이 본 모형은 기존 FUNWAVE-TVD 모형에 비해 다른 몇 항들이 존재한다. 표기방식은 기존 연구와 직접 비교를 위해 Shi et al.(2012)을 따랐다.

$$\frac{\partial \vec{\Psi}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial y} = \vec{S} \quad (1)$$

식 (1)의 변수는 다음과 같이 정의하며, (\bar{U}, \bar{V}) 와 (P, Q) 는 유량(mass flux)이다.

$$\vec{\Psi} = \begin{Bmatrix} \eta \\ \bar{U} \\ \bar{V} \end{Bmatrix}, \vec{F} = \begin{Bmatrix} P \\ \frac{P^2}{H} + \frac{1}{2}g(\eta^2 + 2\eta h) \\ \frac{PQ}{H} \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

$$\vec{G} = \begin{Bmatrix} Q \\ \frac{PQ}{H} \\ \frac{Q^2}{H} + \frac{1}{2}g(\eta^2 + 2\eta h) \end{Bmatrix}, \vec{S} = \begin{Bmatrix} 0 \\ g\eta \frac{\partial h}{\partial x} + \psi^x + HR^x \\ g\eta \frac{\partial h}{\partial y} + \psi^y + HR^y \end{Bmatrix}$$

그리고 η 는 수면변위, h 는 수심, $H = \eta + h$ 이며 식 (2)의 변수들은 식 (3)-(6)으로 다시 정의한다.

$$(\bar{U}, \bar{V}) = H(u + U_1', v + V_1') \quad (3)$$

$$(P, Q) = H(u + U_4, v + V_4) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \psi^x &= \eta_t(U_1' - U_4) \\ &+ H(uU_{4,x} + vU_{4,y} + U_4u_x + V_4u_y - U_1'' - U_2 - U_3) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \psi^y &= \eta_t(V_1' - V_4) \\ &+ H(uV_{4,x} + vV_{4,y} + U_4v_x + V_4v_y - V_1'' - V_2 - V_3) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\vec{u} = \vec{u}_\alpha$ 이며, \vec{u}_α 는 $z = z_\alpha$ 에서 정의된 유속이고 식 (5)와 (6)의 아래첨자 x, y, t 는 각각의 방향 및 시간에 대한 미분을 의미한다. 가속도의 단위를 갖는 R^x, R^y 항은 바닥 마찰항이나 바람응력항 등을 포함한다. (U_1', V_1') , (U_4, V_4) 는 속도의 단위를 갖고 $(U_1'', V_1''), (U_2, V_2), (U_3, V_3)$ 는 가속도의 단위를 가지며 이들은 부록에 제시하였다.

$(U_2, V_2), (U_3, V_3), (U_4, V_4)$ 는 Chen(2006)의 방정식에 존재하는 항과 동일하지만, Shi et al.(2012)이 사용한 바와 같이 각 항에서 $z_\alpha = (\beta - 1)h + \beta\eta$ 를 사용하여 유도하였고 상수 β 의 대표값으로는 0.47을 사용한다. 특히 (U_3, V_3) 항은 $\vec{\Omega} \times \vec{u} = (\nabla_z \times \vec{u}) \times \vec{u} = (0, 0, \omega) \times \vec{u}$ 로부터 유도되는 항이며, 수직 와도성분인 ω_0, ω_1 을 포함한다. 그리고 (U_1', V_1') , (U_1'', V_1'') 는 보존 형태의 방정식을 구성하기 위하여 (U_1, V_1) 으로부터 나뉘어진 항이다. 앞에서 언급한 바와 같이 Shi et al.(2012)에 의해 제시된 식과는 (U_1', V_1') , (U_1'', V_1'') , V_3, ω_1 항이 다르다. 특히, 수직 와도를 나타내는 항인 U_3 과 V_3 항은 부호가 반대이어야 하며, 본 연구에서 유도된 V_3 항은 Shi et al.(2012)에 의해 제시된 V_3 항과 부호가 반대이다. ω_1 항은 $z_\alpha = (\beta - 1)h + \beta\eta$ 를 이용하여 유도하는 과정에서 Shi et al.(2012)에 의해 제시된 ω_1 항과 차이가 있다. 본 연구에서는 식 (1)~(6)에 제시된 보존 형태의 Boussinesq 방정식을 사용하여 FUNWAVE-TVD 버전 2.1 모형을 수정하였다.

3. 수치기법

FUNWAVE-TVD 모형에서는 이송항을 풀 때 고차정확도

의 MUSCL-TVD 기법을 사용한다. Minmod limiter를 이용한 4차 정확도 기법은 Yamamoto et al.(1998)^o 제안하였고, Erduran et al.(2005)^o은 Yamamoto et al.(1998)의 MUSCL-TVD 기법을 수정하여 van-Leer와 minmod limiter를 사용한 4차 정확도의 MUSCL-TVD 기법을 제시하였다.

FUNWAVE-TVD 모형에서는 minmod limiter를 이용한 4차 정확도 (이하 MINMUS4) 기법과 van-Leer limiter를 이용한 3차 정확도 (이하 VANMUS3) 기법을 선택할 수 있다. 본 연구에서는 기법의 정확도 및 limiter에 따른 수치결과를 비교하기 위하여 기존의 FUNWAVE-TVD 모형에 적용된 기법과 Erduran et al.(2005)^o 제시한 4차 정확도의 MUSCL-TVD (이하 ERDMUS4) 기법, minmod limiter를 이용한 3차 정확도의 MUSCL-TVD (이하 MINMUS3) 기법을 적용한 수치결과를 비교하였다. 각 기법의 특성을 Table 1에 간략히 제시하였다.

MUSCL-TVD 기법에 따라 각 cell의 경계에서 좌, 우측값을 각각 계산한 뒤 이 값을 이용하여 numerical flux를 산정하며, FUNWAVE-TVD 모형에서는 HLL 기법을 사용하여 numerical flux를 계산한다. HLL 기법은 기체역학의 Euler 방정식이나 천수방정식에서 많이 사용된 바 있으며, 자세한 내용은 Toro(1999)에 설명되어 있다.

FUNWAVE-TVD 모형에서 쇄파를 모의하는 방법은 수면변위와 수심의 비(R_{sd})를 이용하는데, R_{sd} 가 일정 값 이상인 cell에서는 Boussinesq 방정식을 비선형 천수방정식 (이하 NSWE)으로 전환하여 NSWE에 의한 쇄파를 모의하는 방법을 사용한다. 본 연구에서는 NSWE에 의한 방법과 이전 버전의 FUNWAVE 모형에서 사용되었던 eddy viscosity를 이용한 방법(Kennedy et al., 2000)으로 쇄파를 모의하여 두 방법을 비교하였다.

4. 수치모의

4.1 고립파 전파 실험

Kim et al.(2009)은 minmod limiter를 이용한 4차 정확도의 MUSCL-TVD 기법을 Boussinesq 모델에 적용하였는데, 고립파 전파 실험을 통하여 기법에 들어가는 계수값에 따른 각 고립파 파고의 차이와 위상차이를 검토한 바 있다. 본 연구에서도 비교를 위해 수정된 FUNWAVE-TVD 모형의 고립파 전파 실험을 통하여 기법의 정확도 및 limiter에 따른 각

Table 1. The characteristics of the numerical scheme used in this research

	Accuracy	Limiter	Reference
MINMUS4	4th order	minmod	Yamamoto et al.(1998)
ERDMUS4	4th order	minmod, van-Leer	Erduran et al.(2005)
MINMUS3	3rd order	minmod	Yamamoto et al.(1998) Shi et al.(2012)
VANMUS3	3rd order	van-Leer	Shi et al.(2012)

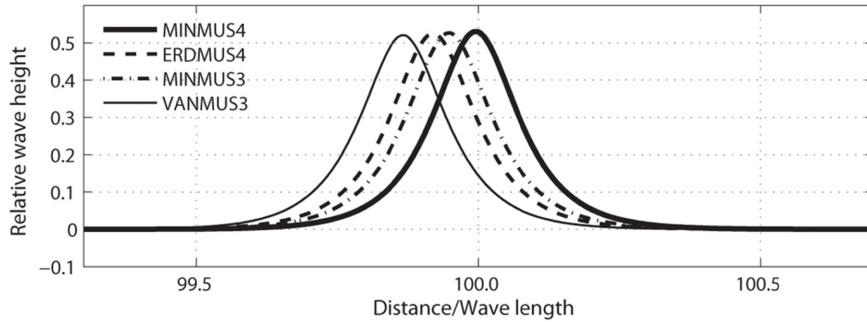


Fig. 1. Solitary wave propagations for different scheme.

Table 2. The difference of solitary wave height as time elapsed.

	$H_{40}(m)$	$H_{100}(m)$	$ H_{40} - H_{100} $	$(H_{40} - H_{100} / H_{40}) \times 100$
MINMUS4	0.5326	0.5296	0.003	0.56
ERDMUS4	0.5304	0.5237	0.007	1.26
MINMUS3	0.5311	0.5260	0.005	0.96
VANMUS3	0.5287	0.5196	0.009	1.72

고립파 파고의 차이와 위상차이를 검토하였다.

초기조건은 일정 수심 1 m에서 파고 0.5 m를 갖는 고립파를 이용하였다. $x = 0$ m에 초기 고립파를 위치하였으며, $\Delta x = \Delta y = 0.05$ m이다. MINMUS4 기법을 사용했을 때 100 파장 전파시킨 고립파의 결과와 동일 시간($t = 386.7$ 초)에 다른 기법을 사용한 결과를 Fig. 1에 같이 제시하였다. 그림에 보인 바와 같이 MINMUS4 기법을 사용했을 때 고립파가 가장 빨리 전파하였으며, ERDMUS4 기법은 van-Leer limiter의 수치확산(numerical diffusion)으로 인하여 MINMUS3를 사용한 결과보다 느리게 전파하였다.

FUNWAVE-TVD 모형에서는 Chen(2006)의 Boussinesq 방정식을 지배방정식으로 사용하고 있는데, 아직까지 Chen(2006)의 Boussinesq 방정식에 대한 고립파의 해석해는 존재하지 않는다. FUNWAVE-TVD 모형에서는 Wei and Kirby(1995)가 유도한 Nwogu(1993)의 Boussinesq 방정식의 고립파를 사용했고, 이것은 Chen(2006)의 Boussinesq 방정식에 대한 고립파의 해석해는 아니다. 따라서 초기조건을 이용해서 시간에 따른 고립파 파고의 차이를 비교할 순 없으므로 고립파를 충분히 발달시킨 후인, 40 파장 전파하였을 때의 고립파의 파고를 기준파고로 정하고, 100 파장 이후의 고립파의 파고를 비교하였다.

Table 2에 40 파장 전파하였을 때 파고를 H_{40} , 100 파장 전파하였을 때 파고를 H_{100} 으로 하여 각 기법을 적용한 결과에 대한 상대오차를 제시하였다. ERDMUS4와 VANMUS3 기법은 van-Leer limiter의 수치확산으로 인하여 minmod limiter만 사용된 기법에 비하여 파고차이가 크게 나타났으며, MINMUS4 기법을 사용했을 때 시간에 따른 고립파의 파고 차이가 가장 작았다.

4.2 Vincent and Briggs(1989)의 수리실험

Vincent and Briggs(1989)는 다방향 조파기를 이용하여 타

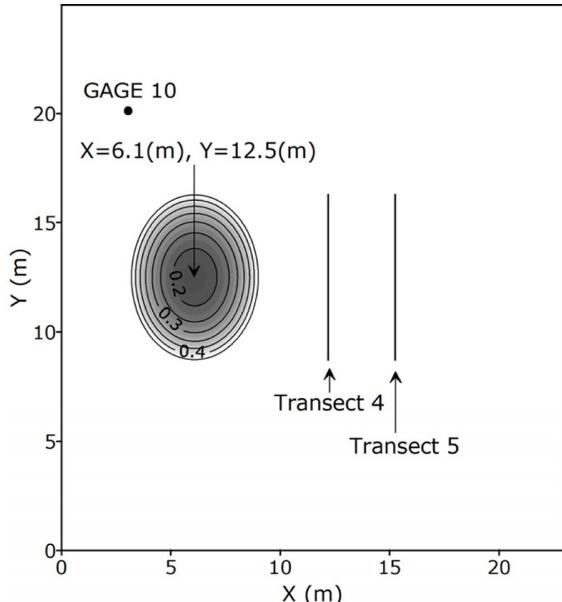


Fig. 2. Depth contour of the Vincent and Briggs experiment.

원형 수중천퇴를 통과하는 규칙파 및 불규칙파의 전파변형에 대한 수리실험을 수행하였다. 불규칙파의 경우 일방향의 주파수 스펙트럼을 이용한 불규칙파 (U-series)와 협폭 다방향 불규칙파 (N-series), 광폭 다방향 불규칙파 (B-series)를 이용하였다. 여기에 Vincent and Briggs(1989)는 입사파고를 변화시켜 비쇄파, 쇄파 실험의 결과를 제시하였다.

수치실험에 사용한 수심은 Fig. 2와 같다. 수중천퇴를 제외한 영역의 수심은 0.4572 m로 일정하며, 수중천퇴의 중심은 $x = 6.1$ m, $y = 12.5$ m이고, 중심의 수심은 0.1524 m이다. $x = 0$ m에 내부조파기를 설치하여 파랑변형 실험을 수행하였다. 기존 수치실험 (Choi et al., 2009)과 같이 내부조파기의 원쪽과 실험영역의 오른쪽 경계에 파랑흡수층을 설치하여 반사파의 생성을 방지하였다.

Vincent and Briggs(1989)는 수중천퇴의 중심으로부터 6.1m 떨어진 천퇴 후면(transect 4)에서 36.4초 동안 측정된 수면변위 값을 이용하여 무차원화된 파고값을 제시하였다. 수면변위를 측정할 때 $x = 15.25$ m(transect 5)에서 초기의 고주파 성분 파랑이 지나간 후부터 36.4초동안의 수면변위도 측정하였다. Vincent and Briggs(1989)는 Fig. 2의 $x = 3.05$ m, $y = 20.12$ m에 설치된 “GAGE 10”으로부터 측정된 파고로 파고비를 나타내었으나, 본 연구에서는 기존 연구와 같이 내부조기에서 조파된 파고로 파고비를 계산하였으며(Yoon et al., 2004; Choi et al., 2009), Choi et al.(2009)에 제시된 관측값을 사용하였다.

본 연구에서는 수정된 FUNWAVE-TVD 모형을 이용하여 Vincent and Briggs(1989)의 실험 중 규칙파의 비쇄파 및 쇄파 현상에 대한 수치모의를 수행하였고, 실험조건은 Table 3과 같다. 특히 규칙파의 비쇄파 현상 모의는 관측값과 MUSCL-TVD 기법의 정확도 및 limiter에 따른 비교를 수행하였다. 쇄파 현상 모의는 eddy viscosity 방법을 이용한 쇄파 결과와 Boussinesq 방정식을 R_{sd} 에 따라 NSWE으로 전환시켜 모의되는 쇄파 결과를 관측값과 비교하여 제시하였으며, 각각의 경우 wave-induced current를 제시하였다.

Fig. 3과 Fig. 4에 FUNWAVE-TVD 모형을 이용한 비쇄파 조건의 규칙파 실험(M2) 결과를 제시하였다. 입사파의 주기는 1.3초이며, 파고는 2.54 cm° 이다. Choi et al.(2009)에 제시된 FUNWAVE, SWAN, REF/DIF의 결과와 비교하기 위하여 16.9초부터 36.4초 동안의 수면변위 자료를 이용하여 파

Table 3. Input wave conditions of the Vincent and Briggs experiment

Case ID	Type	Period (s)	Height (cm)	Condition
M2	Mono	1.30	2.54	Non-breaking
M3	Mono	1.30	13.50	Breaking

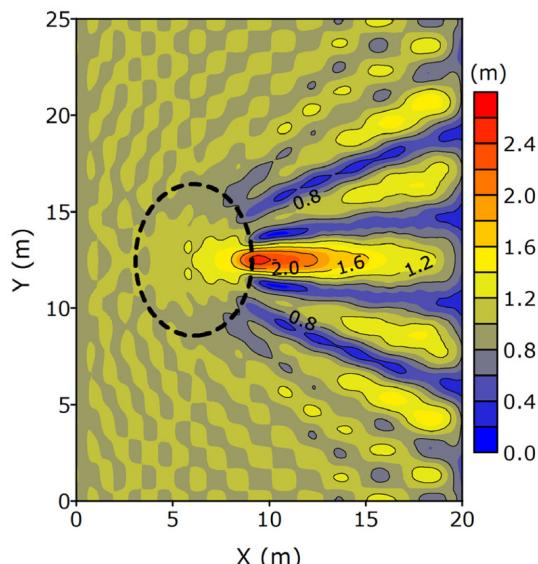


Fig. 3. Normalized wave height distribution for the case M2.

고비를 계산하였다. 파고비를 계산할 때 zero-up cross 방법을 이용한 H_{rms} 를 사용하였다.

비쇄파 조건의 규칙파는 수중천퇴를 통과하면서 수심의 변화로 인하여 파랑의 굴절 현상이 나타나며, 천퇴 후면 중앙부근에서는 파향선의 간격이 좁아져 파고가 커지게 된다. 이 때 수중천퇴 후면에서는 파고가 큰 지점과 작은 지점간의에너지 경사차이로 인한 파랑의 회절 현상이 나타난다. Fig. 3에 $\Delta x = \Delta y = 0.05 \text{ m}^{\circ}$ 이며, MINMUS4 기법을 사용한 무차원화 된 파고분포를 제시하였다. 수중천퇴 후면 중앙에서 파랑의 굴절 현상으로 인하여 파고가 크게 나타난다.

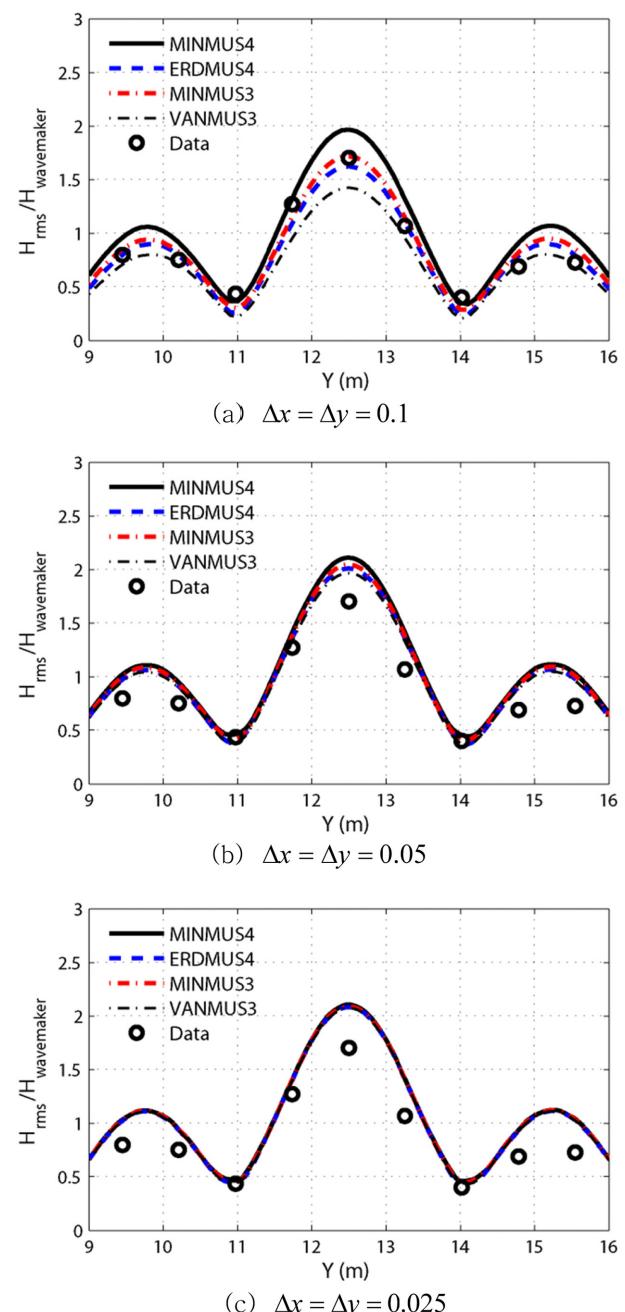


Fig. 4. Comparison of normalized wave height between experimental data and FUNWAVE-TVD results along the transect 4 for the case M2.

Fig. 4에는 관측값과 FUNWAVE-TVD 모형의 결과를 비교하였다. 각각 $\Delta x = \Delta y = 0.1, 0.05, 0.025$ m일 때의 결과를 제시하였다. 공간 격자간격이 0.1, 0.05 m 일 때 MINMUS4 기법을 사용한 경우 수치확산이 가장 적게 나타나기 때문에 파고가 가장 크고, VANMUS3 기법을 사용한 경우 수치확산으로 인하여 파고가 가장 작게 나타났다. ERDMUS4 기법의 결과는 van-Leer limiter의 수치확산의 영향으로 인하여 MINMUS3 기법의 결과보다 파고가 작게 나타났다.

공간 격자간격이 0.1 m 일 때 Choi et al.(2009)에 제시된 수치결과와 본 연구에서 MINMUS4 기법을 사용한 결과는 비슷한 결과를 보이지만, 본 연구에서 MINMUS4 기법을 사용한 결과는 $\Delta x = \Delta y = 0.05$ m를 사용하였을 때의 값으로 수렴하며, 격자크기를 줄여 $\Delta x = \Delta y = 0.025$ m의 경우 모든 기법들은 거의 같은 값을 보이나 관측치와는 차이가 있다.

쇄파 조건의 규칙화를 모의한 결과로 입사파의 주기는 1.3 초이며, 파고는 13.50 cm이다. 이송항에 대한 기법은 MINMUS4 기법을 사용하였으며, $\Delta x = \Delta y = 0.05$ m를 사용하였다. 내부조파기를 이용하여 쇄파 조건의 파고를 재현하기 위하여 내부조파기의 폭(δ)=2를 사용하였으며, 안정적인 입사파를 얻기 위해 수중천퇴의 위치는 x축 방향으로 5 m 이동시켜 $x = 11.1$ m, $y = 12.5$ m로 조정하여 모의하였다.

Yoon et al.(2004)은 불규칙파 파랑모형인 REF/DIF S 모형과 천수방정식 모형을 이용하여 수중천퇴 위를 지나는 파랑이 쇄파될 경우 wave-induced current가 발생하여 이 흐름이 수중천퇴 후면의 중앙부에서 파의 에너지를 분산시켜, 이 현상으로 인하여 파고가 낮아진다는 역학구조를 수치모형을 통해 설명하였다. 또한 Choi et al.(2009)은 이전 버전의 FUNWAVE 모형을 이용하여 관측치와 수치모델의 결과를 비

교하였으며, wave-induced current 성분을 재현한 바 있다.

본 연구에서는 FUNWAVE-TVD 모형을 이용하여 파랑의 쇄파 현상과 wave-induced current를 재현하였다. Fig. 5에 eddy viscosity 방법을 이용한 파고 결과와 Boussinesq 방정식을 R_{sd} 에 따라 NSWE으로 전환시켜 모의되는 쇄파에 의한 파고 결과를 관측값과 비교하였다. 이 때 R_{sd} 는 0.7을 사용하였다. 두 방법 모두 9.1초부터 36.4초 동안의 수면변위 자료를 이용하여 파고비를 계산하였다. Eddy viscosity 방법을 이용한 쇄파 모의가 NSWE를 이용하여 쇄파를 모의한 방법보다 관측값을 잘 재현하였다.

Fig. 6은 eddy viscosity 방법을 이용한 쇄파 모의를 한 결과이며, FUNWAVE-TVD 버전 2.1을 사용했을 때의 wave-induced current와 수정된 모형의 wave-induced current를 비교하였다. 수정 전의 모형은 시간이 지남에 따라 수중천퇴의 중심선인 $y = 12.5$ m를 중심으로 current의 대칭성이 유지되지 않았지만, 본 연구를 통해 수정된 모형은 대칭성이 유지되었다.

Fig. 7과 Fig. 8에는 각각 eddy viscosity 방법과 R_{sd} 에 따

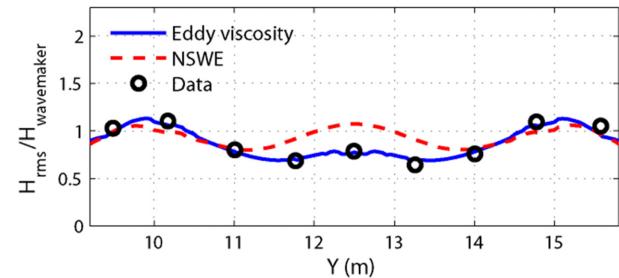


Fig. 5. Comparison of normalized wave height between experimental data and FUNWAVE-TVD results along the transect 4 for the case M3.

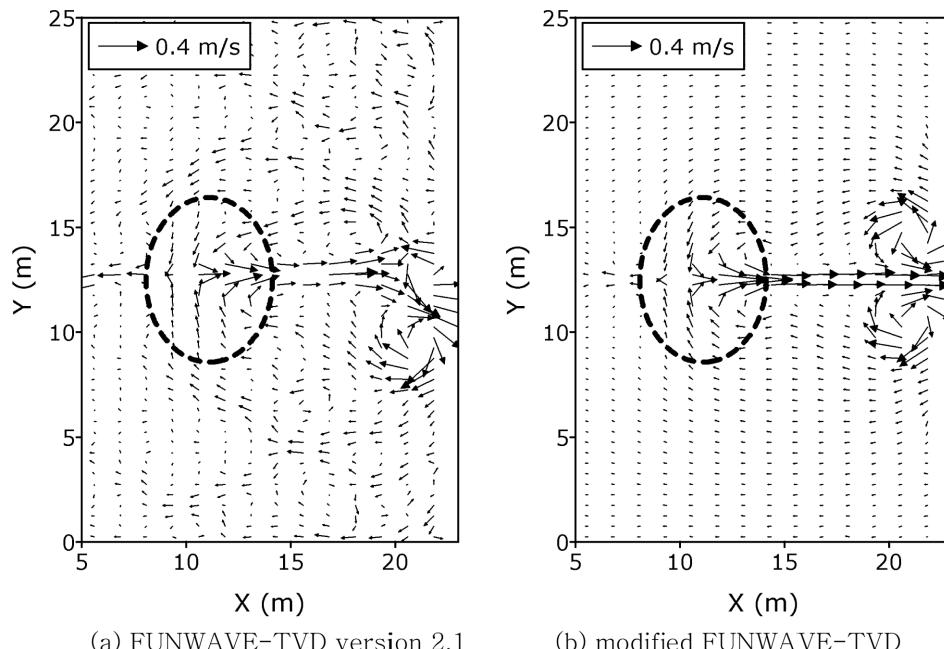


Fig. 6. Comparison of wave-induced currents between FUNWAVE-TVD version 2.1 and modified FUNWAVE-TVD (time averages from 81.9(s) to 118.3(s)).

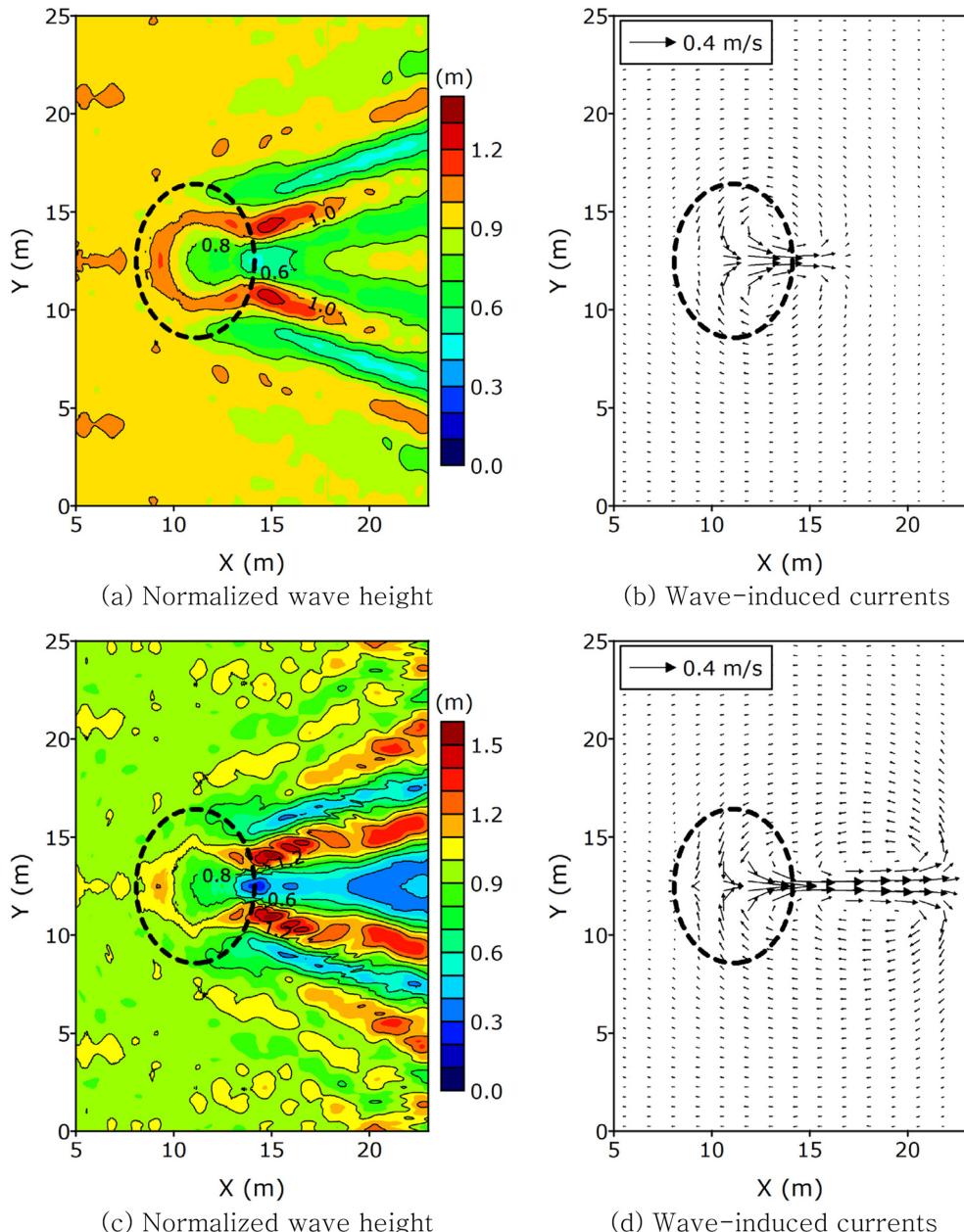


Fig. 7. Normalized wave height distribution and wave-induced currents for the case M3 using eddy viscosity breaking scheme ((a), (b):time averages from 9.1(s) to 45.5(s); (c), (d):time averages from 45.5(s) to 81.9(s)).

라 NSWE를 이용하여 쇄파를 모의한 파고비와 wave-induced current를 제시하였다. 두 방법 모두 9.1초부터 36.4초 간격으로 결과를 제시하였다.

4.3 Luth et al.(1994)의 수리실험

Beji and Battjes(1993)와 Luth et al.(1994)은 수면하 구조물을 통과하는 파랑의 수리실험을 수행하였다. Beji and Battjes(1993)의 실험과 Luth et al.(1994)의 실험에 사용된 수심 및 지형은 비슷하나 Luth et al.(1994)의 실험에서는 수면하 구조물 후면에서 파랑 변형을 검토할 수 있도록 일정 수심으로 구성하였다.

수치실험에 사용한 수면하 구조물을 포함한 수심 및 wave

gauge의 위치를 Fig. 9에 제시한다. $x = 0$ m에 내부조파기를 설치하여 파랑변형 실험을 수행하였다. 내부조파기의 왼쪽과 실험영역의 오른쪽 경계($x = 54$ m)에 각각 8 m의 파랑흡수층을 설치하여 반사파의 생성을 방지하였다.

Gobbi and Kirby(1999)는 Boussinesq 모형을 이용하여 Table 4에 제시된 각 실험안에 대한 수면하 구조물을 통과하는 규칙파 실험을 수행하였다. 본 연구에서는 수정된 FUNWAVE-TVD 모형을 이용하여 각 실험안에 대한 규칙파 실험을 수행하였다. 이송항을 계산하는 기법은 MINMUS4 기법을 사용하였으며, 계산영역은 $\Delta x = \Delta y = 0.02$ m로 구성하였다.

Case A에 대하여 관측치와 비교한 결과를 Fig. 10에 제시하였다. 입사파는 규칙파이지만, St. 4~10에서는 파랑의 비선

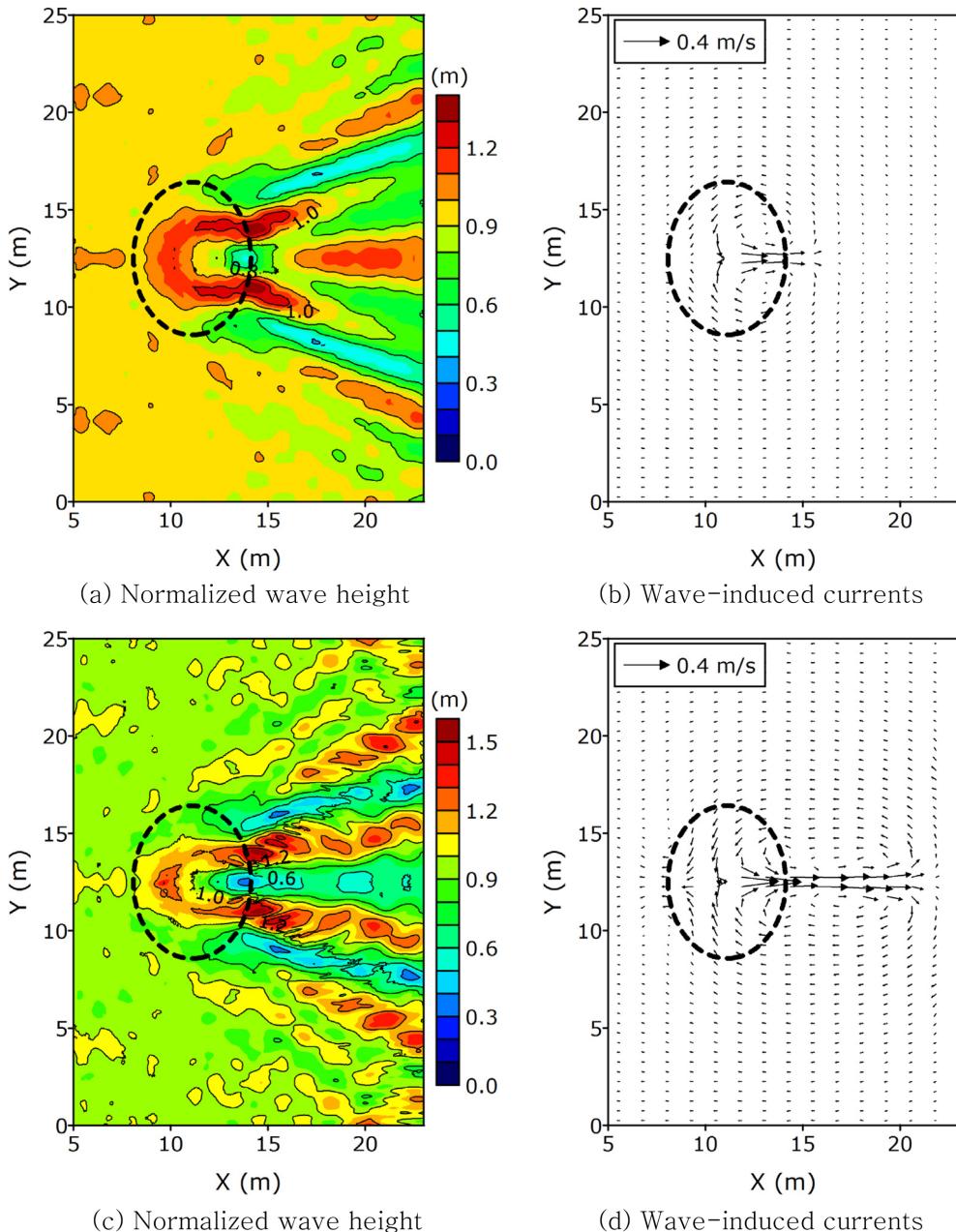


Fig. 8. Normalized wave height distribution and wave-induced currents for the case M3 using NSWE with $R_{sd} = 0.7$ ((a), (b): time averages from 9.1(s) to 45.5(s); (c), (d): time averages from 45.5(s) to 81.9(s)).

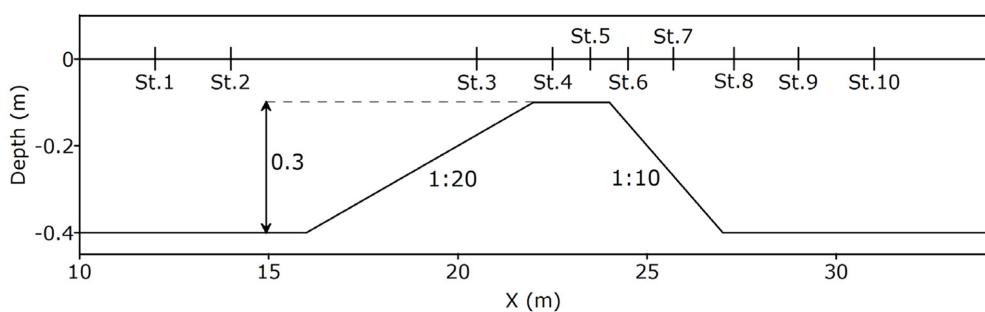


Fig. 9. Schematic domain for Luth et al.(1994) experiment.

형효과로 인하여 고주파 성분의 파랑이 나타나는 것을 볼 수 있다. 구조물 정상부에 나타났던 고주파 성분의 파랑은 다시 수심이 깊어지는 영역을 지나면서 중간파에서 심해파로 바뀌

는데, St. 8~10에서는 FUNWAVE-TVD 모형의 결과와 관측치와의 차이가 나타난다. 이것은 FUNWAVE-TVD 모형의 Boussinesq 방정식을 유도할 때 $O(\mu^2)$ 항까지만 고려되었기

때문인 것으로 판단된다. Gobbi and Kirby(1999)는 velocity potential을 이용하여 $O(\mu^4)$ 까지 전개한 강비선형 Boussinesq 모형을 유도하였는데, 이 모형을 이용하여 약간의 차이는 있지만 St. 8~10에서의 관측치를 재현한 바 있다.

Case B는 Case A에 비하여 비선형성과 분산성이 모두 증

가한 실험안이다. Case B의 관측치와 비교한 결과를 Fig. 11에 제시하였다. Case A의 결과와 비슷하게 St. 1~7까지는 잘 재현하지만, St. 8~10에서는 관측치와 차이가 나타난다.

5. 결 론

FUNWAVE-TVD 모형 버전 2.1과 Shi et al.(2012)에 의해 유도된 보존 형태의 Boussinesq 방정식과 비교하면 몇 가지 다른 항들이 존재한다. 본 연구에서는 Shi et al.(2012)의 보존 형태의 Boussinesq 방정식을 다시 유도하여 FUNWAVE-TVD 모형 버전 2.1을 수정하였다. 수정된 FUNWAVE-TVD

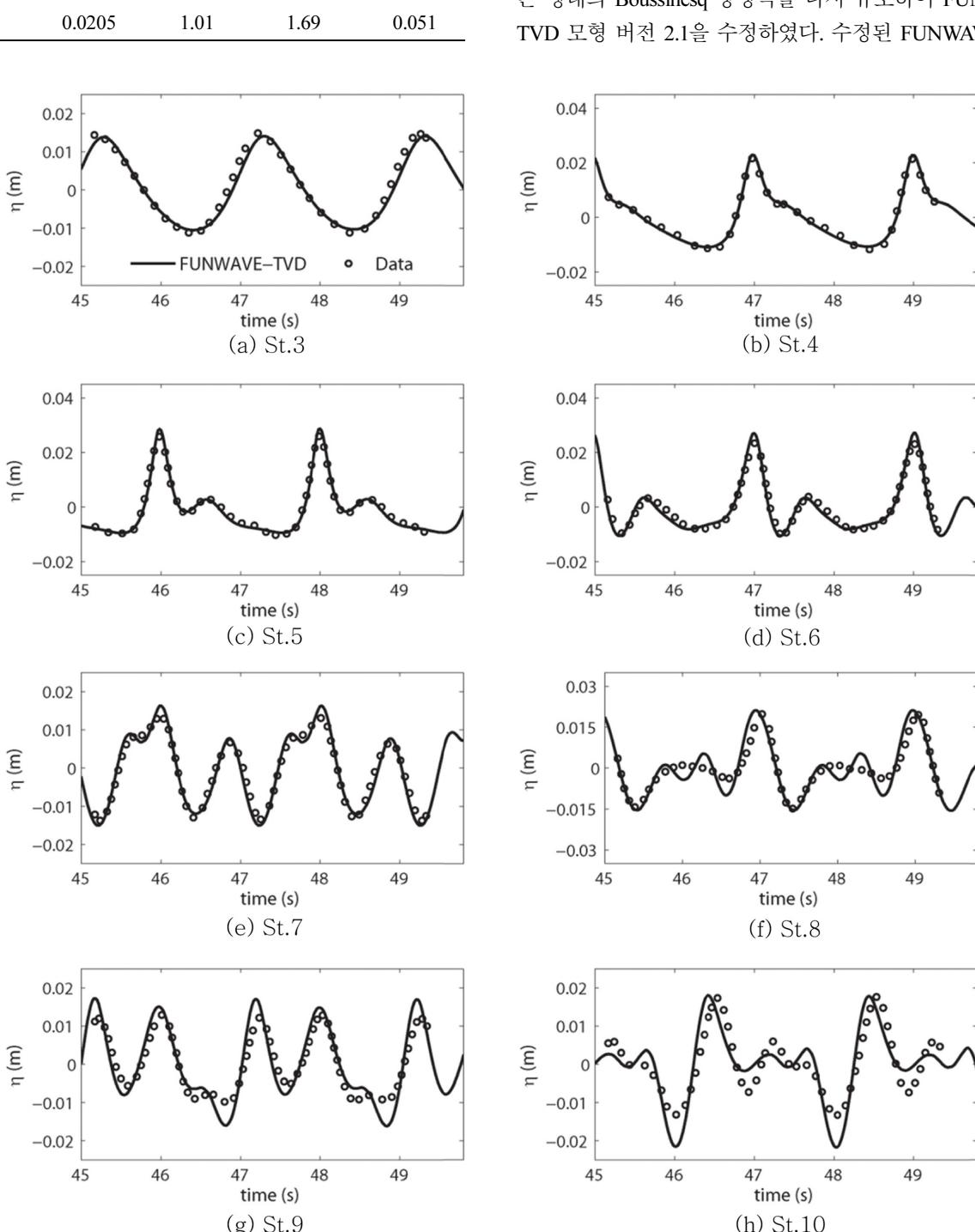


Fig. 10. Comparison of free surface elevation between experimental data and FUNWAVE-TVD results for the Case A.

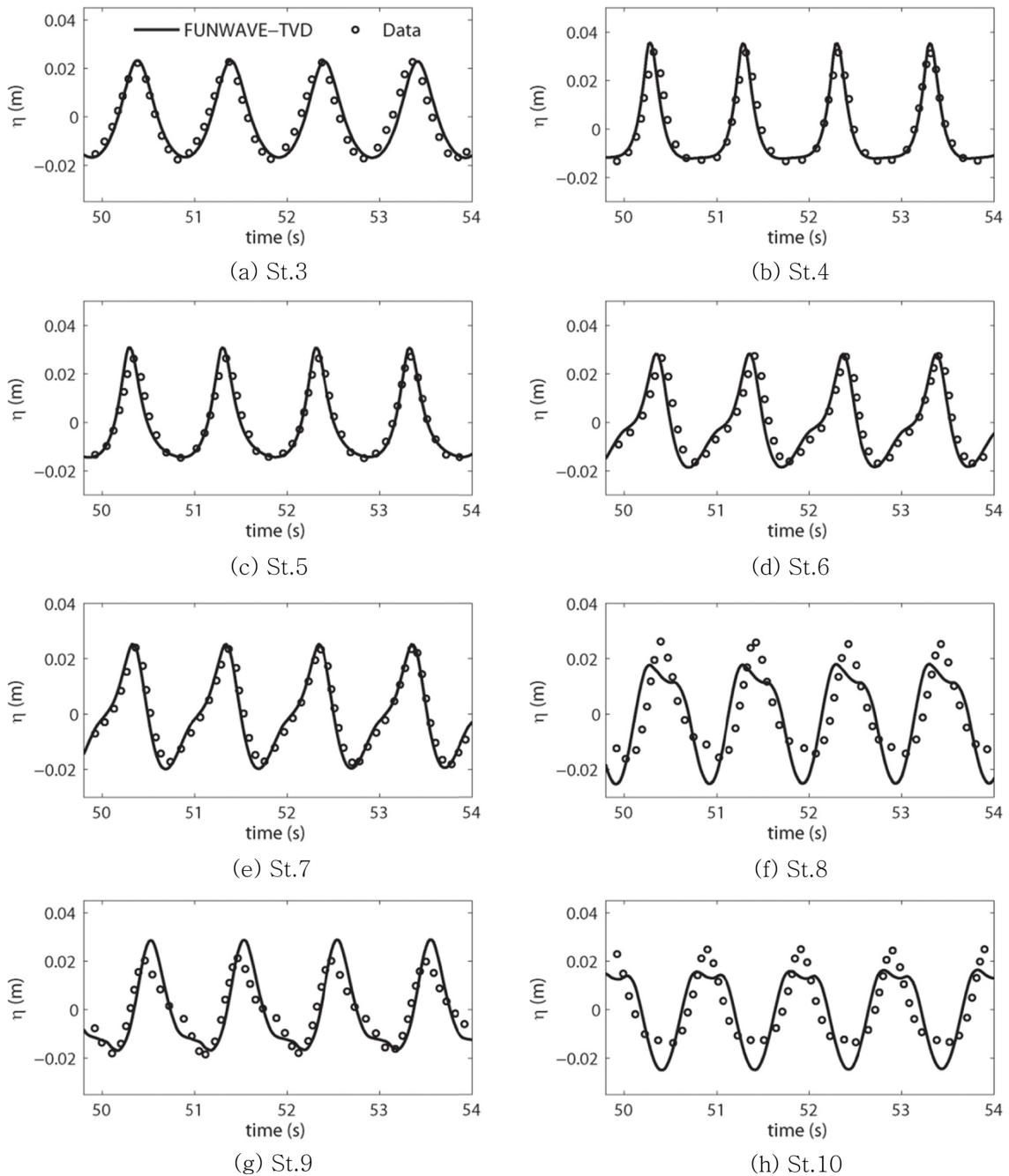


Fig. 11. Comparison of free surface elevation between experimental data and FUNWAVE-TVD results for the Case C.

모형을 검증하기 위하여 고립파 전파 실험, Vincent and Briggs(1989)의 비쇄파 및 쇄파 실험, Luth et al. (1994)의 수리실험에 적용하였다.

FUNWAVE-TVD 모형에서는 MINMUS4 기법보다는 VANMUS3 기법을 사용할 것을 제안하며(Shi et al., 2013), 동일한 조건에서는 MINMUS4 기법이 더 정확성을 보였지만, 이를 복잡한 실제 지형에 적용할 경우에는 VANMUS3 기법이 MINMUS4 기법보다 수치적인 안정성을 보였다. 한편 VANMUS3 기법을 사용하였을 때 MINMUS4 기법만큼의 정확성을 보이기 위해서는 MINMUS4 기법을 사용하였을 때보다 더 많은 격자 수를 필요로 하였다.

FUNWAVE-TVD 모형에 포함된 기법들 이외에 ERDMUS4 기법과 MINMUS3 기법을 추가로 적용하여 기법의 정확도 및 limiter에 따른 수치해의 전파 양상을 포함하여 검토하였다. van-Leer limiter가 적용된 기법들(ERDMUS4, VANMUS3)의 결과에서는 minmod limiter만 적용된 기법들(MINMUS4, MINMUS3)의 결과보다 수치학산의 영향이 크게 작용하여 동일한 정확도를 얻기 위해서는 더 많은 격자 수를 필요로 하였다.

수정 FUNWAVE-TVD 모형에서 R_{sd} 에 따라 비선형천수방정식(NSWE)으로 전환시켜 모의되는 쇄파 기법의 결과와 비교하기 위하여 eddy viscosity를 이용한 쇄파 기법을 적용하

였다. 관측치와 비교하였을 때 eddy viscosity를 이용한 쇄파 기법의 결과가 관측치를 더욱 잘 재현하였다. 특히, eddy viscosity를 이용한 쇄파 기법을 사용하여 FUNWAVE-TVD 모형 버전 2.1과 수정된 모형의 wave-induced current 결과를 비교하였고, 수정 모형에서는 장시간을 모의함에도 wave-induced current가 수중천퇴의 중심의 y축을 기준으로 대칭성이 유지되었으나 기존의 모형에서는 대칭성이 유지되지 않았다.

감사의 글

본 연구에 도움을 준 미국 델라웨어 대학의 Shi 교수에 감사를 드리며, 본 연구는 한국해양과학기술원 주요사업 PE99325와 PE9935D 및 한국해양과학기술진흥원 PM58331의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

References

- Beji, S. and Battjes, J.A. (1993). Experimental investigation of wave propagation over a bar. *Coastal Eng.*, 19, 151-162.
- Chen, Q., Kirby, J.T., Dalrymple, R.A., Shi, F. and Thornton, E.B. (2003). Boussinesq modeling of longshore currents. *J. Geophys. Res.*, 108(C11), 26-1-26-18.
- Chen, Q. (2006). Fully nonlinear Boussinesq-type equations for waves and currents over porous beds. *J. Eng. Mech.*, 132(2), 220-230.
- Choi, J., Lim, C.H., Lee, J.I. and Yoon, S.B. (2009). Evolution of waves and currents over a submerged laboratory shoal. *Coastal Eng.*, 56, 297-312.
- Erduran, K.S., Ilic, S. and Kutija, V. (2005). Hybrid finite-volume finite-difference scheme for the solution of Boussinesq equations. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 49, 1213-1232.
- Gobbi, M.F. and Kirby, J.T. (1999). Wave evolution over submerged sills: tests of a high-order Boussinesq model. *Coastal Eng.*, 37, 57-96.
- Hsiao, S.-C., Liu, P.L.-F. and Chen, Y. (2002). Nonlinear water waves propagating over a permeable bed. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 458, 1291-1322.
- Kennedy, A.B., Chen, Q., Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A. (2000). Boussinesq modeling of wave transformation, breaking, and runup. I: 1D. *J. Waterway Port Coastal Ocean Eng.*, 126(1), 39-47.
- Kim, D.H., Lynett, P.J. and Socolofsky, S.A. (2009). A depth-integrated model for weakly dispersive, turbulent, and rotational fluid flows. *Ocean Model.*, 27, 198-214.
- Kirby, J.T., Wei, G., Chen, Q., Kennedy, A.B. and Dalrymple, R.A. (1998). FUNWAVE 1.0, Fully nonlinear Boussinesq wave model, Documentation and User's manual. Research report CACR-98-06, University of Delaware.
- Luth, H.R., Klopman, G. and Kitou, N. (1994). Kinematics of waves breaking partially on an offshore bar; LDV measurements of waves with and without a net onshore current. Report H-1573, Delft Hydraulics.
- Lynett, P.J., Liu, P.L.-F. (2004). A two-layer approach to wave modelling. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 460, 2637-3669.
- Nwogu, O. (1993). An alternative form of the Boussinesq equations for nearshore wave propagation. *J. Waterway Port Coastal Ocean Eng.*, 119, 618-638.
- Nwogu, O.G. and Demirbilek, Z. (2001). BOUSS-2D: A Boussinesq wave model for coastal regions and harbors. Technical report ERDC/CHL TR-01-25, U.S. Army Corps of Engineers.
- Roeber, V. and Cheung, K.F. (2012). Boussinesq-type model for energetic breaking waves in fringing reef environments. *Coastal Eng.*, 70, 1-20.
- Shi, F., Dalrymple, R.A., Kirby, J.T., Chen, Q. and Kennedy, A. (2001). A fully nonlinear Boussinesq model in generalized curvilinear coordinates. *Coastal Eng.*, 42, 337-358.
- Shi, F., Kirby, J.T., Harris, J.C., Geiman, J.D. and Grilli, S.T. (2012). A high-order adaptive time-stepping TVD solver for Boussinesq modeling of breaking waves and coastal inundation. *Ocean Model.*, 43-44, 36-51.
- Shi, F., Tehranirad, B., Kirby, J.T., Harris, J.C. and Grilli, S. (2013). FUNWAVE-TVD, Fully nonlinear Boussinesq wave model with TVD solver, Documentation and User's manual(Version 2.1 revision september 2013). Research report NO. CACR-13-XX, University of Delaware.
- Svendson, I.A. (2006). Introduction to nearshore hydrodynamics, World Scientific Publishing Co., Singapore.
- Toro, E.F. (1999). Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics, A practical introduction, second ed. Springer, New York.
- Vincent, C.L. and Briggs, M.J. (1989). Refraction-diffraction of irregular waves over a mound. *J. Waterway Port Coastal Ocean Eng.*, 115(2), 269-284.
- Walkley, M. and Berzins, M. (2002). A finite element method for the two-dimensional extended Boussinesq equations. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 39, 865-885.
- Wei, G., Kirby, J.T., Grilli, S.T. and Subramanya, R. (1995). A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. 1: Highly nonlinear unsteady waves. *J. Fluid Mech.*, 294, 71-92.
- Woo, S.-B and Liu, P.L.-F. (2004). Finite-element model for modified Boussinesq equations. I:Model development. *J. Waterway Port Coastal Ocean Eng.*, 130(1), 1-16.
- Yamamoto, S., Kano, S. and Daiguji, H. (1998). An efficient CFD approach for simulating unsteady hypersonic shock-shock interference flows. *Comput. Fluids*, 27, 571-580.
- Yoon, S.B., Cho, Y.-S. and Lee, C. (2004). Effects of breaking-induced currents on refraction-diffraction of irregular waves over submerged shoal. *Ocean Eng.*, 31, 633-652.

Received 21 September, 2015

Revised 26 October, 2015

Accepted 28 October, 2015

부 록

(U_1', V_1') , (U_1'', V_1'') , (U_2, V_2) , (U_3, V_3) , (U_4, V_4) 와 같다.

$$U_1' = \frac{1}{2}(1-\beta)^2 h^2 (u_{xx} + v_{xy}) - (1-\beta)h[(hu)_{xx} + (hv)_{xy}] \quad (7)$$

$$V_1' = \frac{1}{2}(1-\beta)^2 h^2 (u_{xy} + v_{yy}) - (1-\beta)h[(hu)_{xy} + (hv)_{yy}] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} U_1'' &= -\left\{ \eta \eta_x (u_{tx} + v_{ty}) + \frac{1}{2} \eta^2 (u_{txx} + v_{txy}) + \eta_x [(hu)_{tx} + (hv)_{ty}] + \eta [(hu)_{txx} + (hv)_{txy}] \right\} \\ &- [\beta(1-\beta)h\eta_t - \beta^2 \eta \eta_t] (u_{xx} + v_{xy}) - \left[\beta(1-\beta)h\eta - \frac{1}{2}\beta^2 \eta^2 \right] (u_{txx} + v_{txy}) \\ &+ \beta \eta_t [(hu)_{xx} + (hv)_{xy}] + \beta \eta [(hu)_{txx} + (hv)_{txy}] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} V_1'' &= -\left\{ \eta \eta_y (u_{tx} + v_{ty}) + \frac{1}{2} \eta^2 (u_{txy} + v_{tyy}) + \eta_y [(hu)_{tx} + (hv)_{ty}] + \eta [(hu)_{txy} + (hv)_{tyy}] \right\} \\ &- [\beta(1-\beta)h\eta_t - \beta^2 \eta \eta_t] (u_{xy} + v_{yy}) - \left[\beta(1-\beta)h\eta - \frac{1}{2}\beta^2 \eta^2 \right] (u_{txy} + v_{tyy}) \\ &+ \beta \eta_t [(hu)_{xy} + (hv)_{yy}] + \beta \eta [(hu)_{txy} + (hv)_{tyy}] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} U_2 &= \{(\beta-1)(h+\eta)[u((hu)_x + (hv)_y)_x + v((hu)_x + (hv)_y)_y] \\ &+ \left[\frac{1}{2}(1-\beta)^2 h^2 - \beta(1-\beta)h\eta + \frac{1}{2}(\beta^2-1)\eta^2 \right] [u(u_x + v_y)_x + v(u_x + v_y)_y] \\ &+ \frac{1}{2}[(hu)_x + (hv)_y + \eta(u_x + v_y)]^2 \}_{x} \} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_2 &= \{(\beta-1)(h+\eta)[u((hu)_x + (hv)_y)_x + v((hu)_x + (hv)_y)_y] \\ &+ \left[\frac{1}{2}(1-\beta)^2 h^2 - \beta(1-\beta)h\eta + \frac{1}{2}(\beta^2-1)\eta^2 \right] [u(u_x + v_y)_x + v(u_x + v_y)_y] \\ &+ \frac{1}{2}[(hu)_x + (hv)_y + \eta(u_x + v_y)]^2 \}_{y} \} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} U_3 &= -\nu \omega_1 - \omega_0 \left\{ \left[\left(\beta - \frac{1}{2} \right) (h + \eta) \right] [(hu)_x + (hv)_y]_y \right. \\ &\left. + \left[\left(\frac{1}{3} - \beta + \frac{1}{2} \beta^2 \right) h^2 + \left(\frac{1}{6} - \beta + \beta^2 \right) \eta h + \left(\frac{1}{2} \beta^2 - \frac{1}{6} \right) \eta^2 \right] (u_x + v_y)_y \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} V_3 &= u \omega_1 + \omega_0 \left\{ \left[\left(\beta - \frac{1}{2} \right) (h + \eta) \right] [(hu)_x + (hv)_y]_x \right. \\ &\left. + \left[\left(\frac{1}{3} - \beta + \frac{1}{2} \beta^2 \right) h^2 + \left(\frac{1}{6} - \beta + \beta^2 \right) \eta h + \left(\frac{1}{2} \beta^2 - \frac{1}{6} \right) \eta^2 \right] (u_x + v_y)_x \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\omega_0 = v_x - u_y \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \{(\beta-1)h_x + \beta\eta_x\} \{[(hu)_x + (hv)_y]_y + [(\beta-1)h + \beta\eta](u_x + v_y)_y\} \\ &\quad - \{(\beta-1)h_y + \beta\eta_y\} \{[(hu)_x + (hv)_y]_x + [(\beta-1)h + \beta\eta](u_x + v_y)_x\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} U_4 &= \left(\frac{1}{3} - \beta + \frac{1}{2}\beta^2 \right) h^2 (u_{xx} + v_{xy}) + \left(\beta - \frac{1}{2} \right) h [(hu)_{xx} + (hv)_{xy}] \\ &\quad + \left\{ \left[\left(\frac{1}{6} - \beta + \beta^2 \right) h\eta + \left(\frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{6} \right) \eta^2 \right] (u_{xx} + v_{xy}) + \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \eta [(hu)_{xx} + (hv)_{xy}] \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} V_4 &= \left(\frac{1}{3} - \beta + \frac{1}{2}\beta^2 \right) h^2 (u_{xy} + v_{yy}) + \left(\beta - \frac{1}{2} \right) h [(hu)_{xy} + (hv)_{yy}] \\ &\quad + \left\{ \left[\left(\frac{1}{6} - \beta + \beta^2 \right) h\eta + \left(\frac{1}{2}\beta^2 - \frac{1}{6} \right) \eta^2 \right] (u_{xy} + v_{yy}) + \left(\beta - \frac{1}{2} \right) \eta [(hu)_{xy} + (hv)_{yy}] \right\} \end{aligned} \quad (18)$$